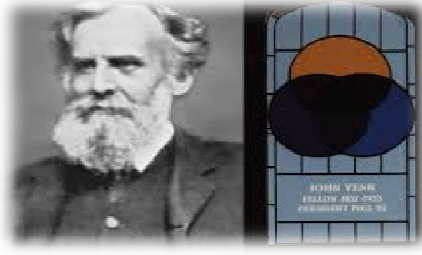


ಅಧ್ಯಾಯ - 1  
ಗಣಗಳು

ಮುಖ್ಯ ವಿಷಯಗಳು



JOHN VENN

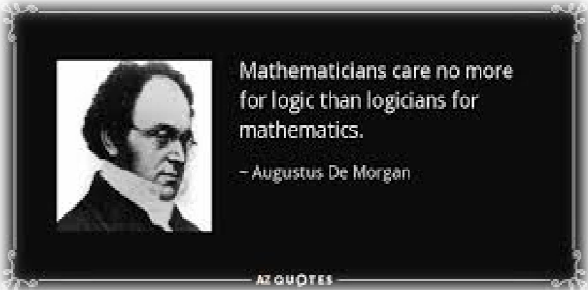
1. ಗಣಗಳ ಸಂಯೋಗ
- 1. ಪರಿವರ್ತನೀಯ [  $A \cup B = B \cup A$  ]
  - 2. ಸಹವರ್ತನೀಯ [  $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$  ]

2. ಗಣಗಳ ಛೇದನ
- 1. ಪರಿವರ್ತನೀಯ [  $A \cap B = B \cap A$  ]
  - 2. ಸಹವರ್ತನೀಯ [  $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$  ]

ಗಣಗಳ ಸಂಯೋಗವು ಅವುಗಳ ಛೇದನದೊಂದಿಗೆ ವಿಭಾಜಕತೆಯನ್ನು ಹೊಂದಿದೆ

3. ವಿಭಾಜಕ ನಿಯಮ
- 1.  $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$
  - 2.  $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$

ಗಣಗಳ ಛೇದನವು ಅವುಗಳ ಸಂಯೋಗದೊಂದಿಗೆ ವಿಭಾಜಕತೆಯನ್ನು ಹೊಂದಿದೆ



4. ಡಿಮಾರ್ಗನ್ ನಿಯಮ
- 1.  $(A \cup B)' = A' \cap B'$
  - 2.  $(A \cap B)' = A' \cup B'$

5. ಕಾರ್ಡಿನಲ್ ಸಂಖ್ಯೆ
- 1.  $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$
  - 2.  $n(A \cup B) = n(A) + n(B)$

ಬೇರ್ಪಡದ ಗಣಗಳಿಗೆ

ಬೇರ್ಪಟ್ಟ ಗಣಗಳಿಗೆ

ಅಭ್ಯಾಸ 2.1

1. ಗಣಗಳ ಸಂಯೋಗ ಮತ್ತು ಭೇದನ ಕ್ರಿಯೆಗಳ ಮೇಲಿನ ಪರಿವರ್ತನ ನಿಯಮದ ಗುಣಲಕ್ಷಣಗಳನ್ನು ತಾಳೆ ನೋಡಿ

$$A = \{ l, m, n, o, p, q \}, \quad B = \{ m, n, o, r, s, t \}$$

ಉತ್ತರ:  $A \cup B = \{ l, m, n, o, p, q \} \cup \{ m, n, o, r, s, t \}$

$$A \cup B = \{ l, m, n, o, p, q, r, s, t \} \text{-----(1)}$$

$$B \cup A = \{ m, n, o, r, s, t \} \cup \{ l, m, n, o, p, q \}$$

$$A \cup B = \{ l, m, n, o, p, q, r, s, t \} \text{-----(2)}$$

(1) ಮತ್ತು (2) ರಿಂದ  $A \cup B = B \cup A$

∴ ಗಣಗಳ ಸಂಯೋಗವು ಪರಿವರ್ತನೀಯವಾಗಿದೆ.

$$A \cap B = \{ l, m, n, o, p, q \} \cap \{ m, n, o, r, s, t \}$$

$$A \cap B = \{ m, n, o \} \text{-----(1)}$$

$$B \cap A = \{ m, n, o, r, s, t \} \cap \{ l, m, n, o, p, q \}$$

$$B \cap A = \{ m, n, o \} \text{-----(2)}$$

(1) ಮತ್ತು (2) ರಿಂದ  $A \cap B = B \cap A$

∴ ಗಣಗಳ ಭೇದನವು ಪರಿವರ್ತನೀಯವಾಗಿದೆ

2.  $P = \{ a, b, c, d, e \}$   $Q = \{ a, e, i, o, u \}$  ಮತ್ತು  $R = \{ a, c, e, g \}$  ಆದರೆ, ಗಣಗಳ ಸಂಯೋಗ ಮತ್ತು ಭೇದನಗಳ ಮೇಲಿನ ಸಹವರ್ತನೀಯ ಗುಣಲಕ್ಷಣಗಳನ್ನು ತಾಳೆ ನೋಡಿ.

ಉತ್ತರ:  $(P \cup Q) \cap R = [\{ a, b, c, d, e \} \cup \{ a, e, i, o, u \}] \cap \{ a, c, e, g \}$

$$(P \cup Q) \cap R = \{ a, b, c, d, e, i, o, u \} \cap \{ a, c, e, g \}$$

$$(P \cup Q) \cap R = \{ a, b, c, d, e, g, i, o, u \} \text{-----(1)}$$

$$P \cap (Q \cap R) = \{ a, b, c, d, e \} \cap [\{ a, e, i, o, u \} \cap \{ a, c, e, g \}]$$

$$P \cap (Q \cap R) = \{ a, b, c, d, e \} \cap \{ a, c, e, g, i, o, u \}$$

$$(P \cup Q) \cap R = \{ a, b, c, d, e, g, i, o, u \} \text{-----(2)}$$

(1) ಮತ್ತು (2) ರಿಂದ  $(P \cup Q) \cap R = P \cap (Q \cap R)$

∴ ಗಣಗಳ ಸಂಯೋಗವು ಸಹವರ್ತನೀಯವಾಗಿದೆ.

$$(P \cap Q) \cap R = [\{ a, b, c, d, e \} \cap \{ a, e, i, o, u \}] \cap \{ a, c, e, g \}$$

$$(P \cap Q) \cap R = \{ a, e \} \cap \{ a, c, e, g \}$$

$$(P \cap Q) \cap R = \{ a, e \} \text{-----(1)}$$

$$P \cap (Q \cap R) = \{ a, b, c, d, e \} \cap [\{ a, e, i, o, u \} \cap \{ a, c, e, g \}]$$

$$P \cap (Q \cap R) = \{ a, b, c, d, e \} \cap \{ a, e \}$$

$$P \cap (Q \cap R) = \{ a, e \} \text{-----(2)}$$

(1) ಮತ್ತು (2) ರಿಂದ  $(P \cap Q) \cap R = P \cap (Q \cap R)$

∴ ಗಣಗಳ ಭೇದನವು ಸಹವರ್ತನೀಯವಾಗಿದೆ.

3.  $A = \{ -3, -1, 0, 4, 6, 8, 10 \}$ ,  $B = \{ -1, -2, 3, 4, 5, 6 \}$  ಮತ್ತು  $C = \{ -6, -4, -2, 2, 4, 6 \}$  ಆದರೆ,  $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$  ಎಂದು ತೋರಿಸಿ.

ಉತ್ತರ:

LHS:  $A \cup (B \cap C) = \{ -3, -1, 0, 4, 6, 8, 10 \} \cup [\{ -1, -2, 3, 4, 5, 6 \} \cap \{ -6, -4, -2, 2, 4, 6 \}]$

$$A \cup (B \cap C) = \{ -3, -1, 0, 4, 6, 8, 10 \} \cup \{ -2, 4, 6 \}$$

$$A \cup (B \cap C) = \{ -3, -2, -1, 0, 4, 6, 8, 10 \} \text{-----(1)}$$

RHS:  $(A \cup B) \cap (A \cup C) = [\{ -3, -1, 0, 4, 6, 8, 10 \} \cup \{ -1, -2, 3, 4, 5, 6 \}] \cap [\{ -3, -1, 0, 4, 6, 8, 10 \} \cup \{ -6, -4, -2, 2, 4, 6 \}]$

$$(A \cup B) \cap (A \cup C) = \{-3, -2, -1, 0, 3, 4, 5, 6, 8, 10\} \cap \{-6, -4, -3, -2, -1, 0, 2, 4, 6, 8, 10\}$$

$$(A \cup B) \cap (A \cup C) = \{-3, -2, -1, 0, 4, 6, 8, 10\} \text{-----(2)}$$

(1) ಮತ್ತು (2) ರಿಂದ  $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$

4.  $U = \{4, 8, 12, 16, 20, 24, 28\}$ ,  $A = \{8, 16, 24\}$ ,  $B = \{4, 16, 20, 28\}$  ಆದರೆ

ಕೆಳಗಿನವುಗಳನ್ನು ತಾಳೆನೋಡಿ. (i).  $(A \cup B)^c = A^c \cap B^c$  (ii)  $(A \cap B)^c = A^c \cup B^c$

ಉತ್ತರ: (i).

LHS:  $(A \cup B)^c = [\{8, 16, 24\} \cup \{4, 16, 20, 28\}]^c$

$$(A \cup B)^c = [\{4, 8, 16, 20, 24, 28\}]^c$$

$$(A \cup B)^c = \{12\} \text{-----(1)}$$

RHS:  $A^c \cap B^c = [\{8, 16, 24\}]^c \cap [\{4, 16, 20, 28\}]^c$

$$A^c \cap B^c = \{4, 12, 20, 28\} \cap \{8, 12, 24\}$$

$$A^c \cap B^c = \{12\} \text{-----(2)}$$

(1) ಮತ್ತು (2) ರಿಂದ  $(A \cup B)^c = A^c \cap B^c$

ಉತ್ತರ:(ii).

LHS:  $(A \cap B)^c = [\{8, 16, 24\} \cap \{4, 16, 20, 28\}]^c$

$$(A \cap B)^c = [\{16\}]^c$$

$$(A \cap B)^c = \{4, 8, 12, 20, 24, 28\} \text{-----(1)}$$

RHS:  $A^c \cup B^c = [\{8, 16, 24\}]^c \cup [\{4, 16, 20, 28\}]^c$

$$A^c \cup B^c = \{4, 12, 20, 28\} \cup \{8, 12, 24\}$$

$$A^c \cup B^c = \{4, 8, 12, 20, 24, 28\} \text{-----(2)}$$

(1) ಮತ್ತು (2) ರಿಂದ  $(A \cap B)^c = A^c \cup B^c$

5.  $A = \{1, 2, 3\}$ ,  $B = \{2, 3, 4, 5\}$ ,  $C = \{2, 4, 5, 6\}$  ಗಣಗಳು  $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$

ಇದರ ಉಪಗಣಗಳಾದರೆ ಕೆಳಗಿನವುಗಳನ್ನು ತಾಳೆ ನೋಡಿ. 1.  $(A \cup B)^c = A^c \cap B^c$  2.  $(A \cap B)^c = A^c \cup B^c$

ಉತ್ತರ:(1).

LHS:  $(A \cup B)^c = [\{1, 2, 3\} \cup \{2, 3, 4, 5\}]^c$

$$(A \cup B)^c = [\{1, 2, 3, 4, 5\}]^c$$

$$(A \cup B)^c = \{6, 7, 8\} \text{-----(1)}$$

RHS:  $A^c \cap B^c = [\{1, 2, 3\}]^c \cap [\{2, 3, 4, 5\}]^c$

$$A^c \cap B^c = \{4, 5, 6, 7, 8\} \cap \{1, 6, 7, 8\}$$

$$A^c \cap B^c = \{6, 7, 8\} \text{-----(2)}$$

(1) ಮತ್ತು (2) ರಿಂದ  $(A \cup B)^c = A^c \cap B^c$

ಉತ್ತರ:(ii).

LHS:  $(A \cap B)^c = [\{1, 2, 3\} \cap \{2, 3, 4, 5\}]^c$

$$(A \cap B)^c = [\{2, 3\}]^c$$

$$(A \cap B)^c = \{1, 4, 5, 6, 7, 8\} \text{-----(1)}$$

RHS:  $A^c \cup B^c = [\{1, 2, 3\}]^c \cup [\{2, 3, 4, 5\}]^c$

$$A^c \cup B^c = \{4, 5, 6, 7, 8\} \cup \{1, 6, 7, 8\}$$

$$A^c \cup B^c = \{1, 4, 5, 6, 7, 8\} \text{-----(2)}$$

(1) ಮತ್ತು (2) ರಿಂದ  $(A \cap B)^c = A^c \cup B^c$

6.  $A = \{2, 3, 5, 7, 11, 13\}$  ಮತ್ತು  $B = \{5, 7, 9, 11, 15\}$  ಗಣಗಳು  $U = \{2, 3, 5, 7, 9, 11,$

$13, 15\}$  ಇದರ ಉಪಗಣಗಳಾದರೆ ಡಿ ಮಾರ್ಗನನ ನಿಯಮವನ್ನು ತಾಳೆನೋಡಿ.

ಉತ್ತರ:(1).  $(A \cup B)^c = A^c \cap B^c$

LHS:  $(A \cup B)^c = [\{2, 3, 5, 7, 11, 13\} \cup \{5, 7, 9, 11, 15\}]^c$

$(A \cup B)^c = [\{2, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15\}]^c$

$(A \cup B)^c = \{ \} \text{-----(1)}$

RHS:  $A^c \cap B^c = [\{2, 3, 5, 7, 11, 13\}]^c \cap [\{5, 7, 9, 11, 15\}]^c$

$A^c \cap B^c = \{9, 15\} \cap \{3, 13\}$

$A^c \cap B^c = \{ \} \text{-----(2)}$

**(1) ಮತ್ತು (2) ರಿಂದ  $(A \cup B)^c = A^c \cap B^c$**

ಉತ್ತರ:(ii).  $(A \cap B)^c = A^c \cup B^c$

LHS:  $(A \cap B)^c = [\{2, 3, 5, 7, 11, 13\} \cap \{5, 7, 9, 11, 15\}]^c$

$(A \cap B)^c = [\{5, 7, 11\}]^c$

$(A \cap B)^c = \{2, 3, 9, 13, 15\} \text{-----(1)}$

RHS:  $A^c \cup B^c = [\{2, 3, 5, 7, 11, 13\}]^c \cup [\{5, 7, 9, 11, 15\}]^c$

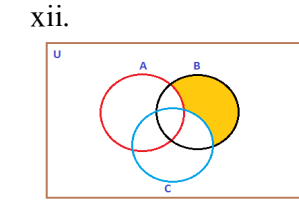
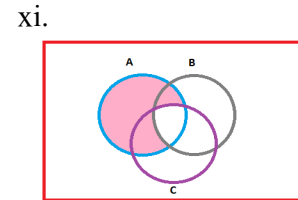
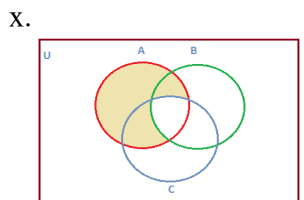
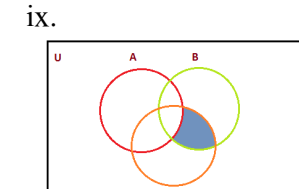
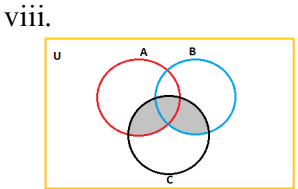
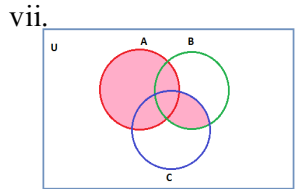
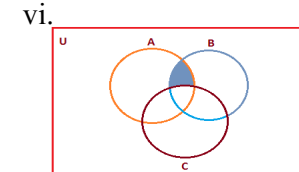
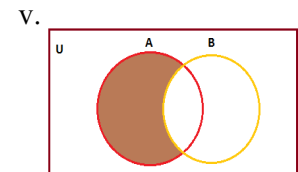
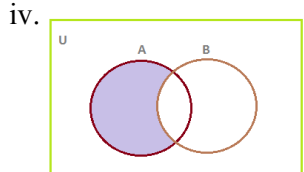
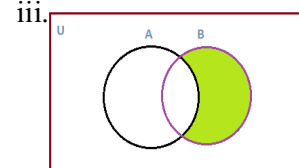
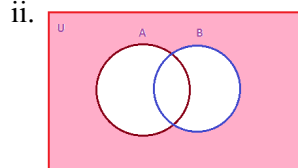
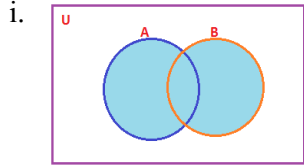
$A^c \cup B^c = \{9, 15\} \cup \{2, 3, 13\}$

$A^c \cup B^c = \{2, 3, 9, 13, 15\} \text{-----(2)}$

**(1) ಮತ್ತು (2) ರಿಂದ  $(A \cap B)^c = A^c \cup B^c$**

7. ಕೆಳಕಂಡ ಗಣಗಳ ಮೇಲಿನ ಕ್ರಿಯೆಗಳನ್ನು ತೋರಿಸುವ ವೆನ್ ನಕ್ಷೆಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿ.

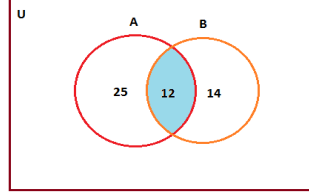
- i.  $(A \cup B)^c$  ii.  $(A \cup B)^c$  iii.  $A^c \cap B$  iv.  $A \cap B^c$  v.  $A \setminus B$  vi.  $A \cap (B \setminus C)$  vii.  $A \cup (B \cap C)$   
viii.  $C \cap (B \cup A)$  ix.  $C \cap (B \setminus A)$  x.  $A \setminus (B \cap C)$  xi.  $(A \setminus B) \cup (A \setminus C)$  xii.  $(A \cup B) \setminus (A \cap C)$



ಅಭ್ಯಾಸ 2.2

I. ನೀಡಿರುವ ಸಮಸ್ಯೆಗಳಿಗೆ ಉತ್ತರ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ ಮತ್ತು ವೆನ್ ನಕ್ಷೆ ರಚಿಸಿ ನೀವು ಪಡೆದ ಉತ್ತರವನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸಿ.

1. A ಮತ್ತು B ಗಣಗಳಲ್ಲಿ  $n(A) = 37$ ,  $n(B) = 26$  ಮತ್ತು  $n(A \cup B) = 51$  ಆದಾಗ  $n(A \cap B)$  ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.



ಉತ್ತರ:  $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$

$$n(A \cap B) = n(A) + n(B) - n(A \cup B)$$

$$n(A \cap B) = 37 + 26 - 51$$

$$n(A \cap B) = 63 - 51$$

$$n(A \cap B) = 12$$

2. 50 ಜನರು ಗುಂಪಿನಲ್ಲಿ 30 ಜನರು ಟೀಯನ್ನು, 25 ಜನರು ಕಾಫಿಯನ್ನು ಹಾಗೂ 16 ಜನರು ಟೀ ಮತ್ತು ಕಾಫಿ ಎರಡನ್ನೂ ಇಷ್ಟ ಪಡುತ್ತಾರೆ. ಹಾಗಾದರೆ, (i). ಟೀ ಅಥವಾ ಕಾಫಿ ಯಾವುದಾದರೊಂದನ್ನು ಇಷ್ಟ ಪಡುವವರ ಸಂಖ್ಯೆ ಮತ್ತು (ii) ಟೀ, ಕಾಫಿ ಎರಡೂ ಬೇಡವಾದವರ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಉತ್ತರ: A – {ಟೀ ಕುಡಿಯುವವರು}, B – {ಕಾಫಿ ಕುಡಿಯುವವರು}

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

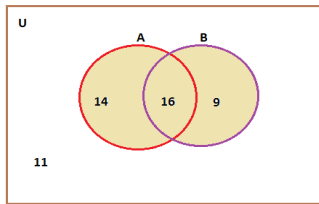
$$n(A \cup B) = \{ \text{ಟೀ ಅಥವಾ ಕಾಫಿ ಇಷ್ಟ ಪಡುವವರ ಸಂಖ್ಯೆ} \}, n(A) = \text{ಟೀ ಇಷ್ಟ ಪಡುವವರ ಸಂಖ್ಯೆ},$$

$$n(B) = \text{ಕಾಫಿ ಇಷ್ಟ ಪಡುವವರ ಸಂಖ್ಯೆ}, n(A \cap B) = \text{ಟೀ ಮತ್ತು ಕಾಫಿ ಎರಡನ್ನೂ ಇಷ್ಟಪಡುವವರ ಸಂಖ್ಯೆ}$$

$$\text{ಉತ್ತರ:(i)} \quad n(A \cup B) = 30 + 25 - 16$$

$$n(A \cup B) = 55 - 16$$

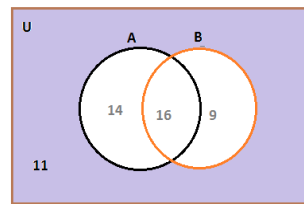
$$n(A \cup B) = 39$$



$$\text{ಉತ್ತರ:(ii)} \quad n(A \cup B)^c = 50 - n(A \cup B)$$

$$n(A \cup B)^c = 50 - 39$$

$$n(A \cup B)^c = 11$$



3. ಪ್ರಯಾಣಿಕರ ಗುಂಪಿನಲ್ಲಿ 100 ಜನರು ಕನ್ನಡವನ್ನೂ, 50 ಜನರು ಇಂಗ್ಲೀಷನ್ನೂ, ಮತ್ತು 25 ಜನರು ಎರಡೂ ಭಾಷೆಯನ್ನು ಬಲ್ಲವರಾಗಿರುತ್ತಾರೆ. ಪ್ರಯಾಣಿಕರಲ್ಲಿ ಕನ್ನಡ ಮತ್ತು ಇಂಗ್ಲೀಷ್ ನಲ್ಲಿ ಯಾವುದೇ ಒಂದು ಭಾಷೆಯನ್ನು ಬಲ್ಲವರೇ ಆಗಿರುತ್ತಾರೆ. ಹಾಗಾದರೆ ಗುಂಪಿನಲ್ಲಿರುವ ಪ್ರಯಾಣಿಕರ ಸಂಖ್ಯೆ ಎಷ್ಟು?

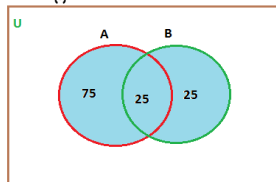
ಉತ್ತರ: K – {ಕನ್ನಡ ಮಾತನಾಡುವವರು}, E – {ಇಂಗ್ಲೀಷ್ ಮಾತನಾಡುವವರು}

$$n(K) = 100, n(E) = 50, n(K \cap E) = 25$$

$$n(K \cup E) = n(K) + n(E) - n(K \cap E)$$

$$n(K \cup E) = 100 + 50 - 25$$

$$n(K \cup E) = 125$$



4. ಒಂದು ಶಾಲೆಯ ಒಂದು ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ 50 ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಗಣಿತವನ್ನು 42 ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಜೀವಶಾಸ್ತ್ರವನ್ನು ಮತ್ತು 24 ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಎರಡೂ ವಿಷಯಗಳನ್ನು ಆಯ್ಕೆ ಮಾಡಿಕೊಂಡರೆ, (i) ಗಣಿತವನ್ನು ಮಾತ್ರ (ii) ಜೀವಶಾಸ್ತ್ರ ಮಾತ್ರ ಆಯ್ಕೆ ಮಾಡಿಕೊಂಡ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. ಹಾಗೆಯೇ ತರಗತಿಯಲ್ಲಿರುವ ಒಟ್ಟು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಉತ್ತರ:  $M = \{ \text{ಗಣಿತ ಆಯ್ಕೆ ಮಾಡಿಕೊಂಡವರು} \}, B = \{ \text{ಜೀವಶಾಸ್ತ್ರ ಆಯ್ಕೆ ಮಾಡಿಕೊಂಡವರು} \}$

$$n(M) = 50, n(B) = 42, n(M \cap B) = 24$$

$$(i). \text{ಗಣಿತವನ್ನು ಮಾತ್ರ ಆಯ್ಕೆ ಮಾಡಿಕೊಂಡವರು} = n(M) - n(M \cap B)$$

$$= 50 - 24 = 26$$

$$(ii). \text{ಜೀವಶಾಸ್ತ್ರ ಮಾತ್ರ ಆಯ್ಕೆ ಮಾಡಿಕೊಂಡವರು} = n(B) - n(M \cap B)$$

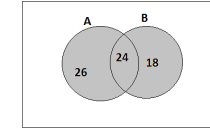
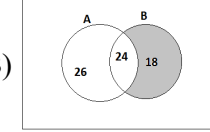
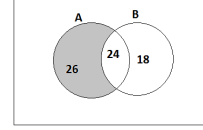
$$= 42 - 24 = 18$$

$$(iii). \text{ಒಟ್ಟು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ: } n(M \cup B) = n(M) + n(B) - n(M \cap B)$$

$$= 50 + 42 - 24$$

$$= 92 - 24$$

$$= 68$$



5. 150 ಜನರನ್ನು ವೈದ್ಯಕೀಯ ತಪಾಸಣೆಗೆ ಒಳಪಡಿಸಿದಾಗ, ಅದರಲ್ಲಿ 90 ಜನರಿಗೆ ಕಣ್ಣಿನ ಸಮಸ್ಯೆಯು, 50 ಜನರಿಗೆ ಹೃದಯ ಸಂಬಂಧಿ ತೊಂದರೆಯು ಹಾಗೂ 30 ಮಂದಿಗೆ ಎರಡೂ ತೊಂದರೆಗಳಿರುವುದು ಕಂಡುಬಂದಿದೆ. ಹಾಗಾದರೆ ಶೇಕಡಾ ಎಷ್ಟು ಜನರು ಕಣ್ಣಿನ ಅಥವಾ ಹೃದಯ ಸಂಬಂಧಿ ತೊಂದರೆ ಹೊಂದಿದ್ದಾರೆ?

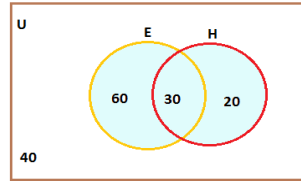
ಉತ್ತರ:  $E = \{ \text{ಕಣ್ಣಿನ ಸಮಸ್ಯೆ ಇರುವವರು} \}, H = \{ \text{ಹೃದಯ ಸಂಬಂಧಿ ಸಮಸ್ಯೆ ಇರುವವರು} \}$

$$n(E) = 90, n(H) = 50, n(E \cap H) = 30$$

$$n(E) + n(H) - n(E \cap H)$$

$$90 + 50 - 30$$

$$110 \Rightarrow 73.33\%$$



II. ವೆನ್ ನಕ್ಷೆ ರಚಿಸಿ ಕೆಳಗಿನ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸಿ.

1. ಆಕಾಶವಾಣಿ ಕೇಂದ್ರವು ನಡೆಸಿದ ಸಮೀಕ್ಷೆಯಲ್ಲಿ 190 ಜನರು ಪಾಲ್ಗೊಂಡು ತಮಗೆ ಇಷ್ಟವಾಗುವ ಸಂಗೀತದ ವಿಧಗಳ ಬಗ್ಗೆ ತಿಳಿಸಿದರು. ಅವರಲ್ಲಿ 114 ಜನರು ರಾಕ್ ಸಂಗೀತವನ್ನು, 50 ಜನರು ಜಾನಪದ ಸಂಗೀತವನ್ನು, 41 ಜನರು ಶಾಸ್ತ್ರೀಯ ಸಂಗೀತವನ್ನು ಇಷ್ಟಪಡುತ್ತಾರೆ. ಅವರಲ್ಲಿ 14 ಜನರು ರಾಕ್ ಹಾಗೂ ಜಾನಪದ ಸಂಗೀತ, 15 ಜನರು ರಾಕ್ ಮತ್ತು ಶಾಸ್ತ್ರೀಯ ಸಂಗೀತ ಹಾಗೂ 11 ಜನರು ಶಾಸ್ತ್ರೀಯ ಸಂಗೀತ ಮತ್ತು ಜಾನಪದ ಹಾಗೂ ಇನ್ನೂ 5 ಜನರು ಮೂರೂ ವಿಧದ ಸಂಗೀತವನ್ನು ಇಷ್ಟ ಪಡುತ್ತಾರೆ. ಹಾಗಾದರೆ,

(i). ಯಾವುದೇ ಪ್ರಕಾರದ ಸಂಗೀತವನ್ನು ಇಷ್ಟಪಡದವರ ಸಂಖ್ಯೆ ಎಷ್ಟು?

(ii). ಯಾವುದೇ ಎರಡು ಸಂಗೀತದ ವಿಧಗಳನ್ನು ಮಾತ್ರ ಇಷ್ಟಪಡುವವರ ಸಂಖ್ಯೆ ಎಷ್ಟು?

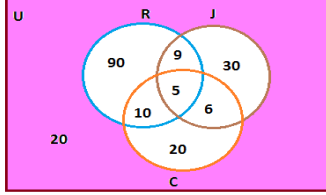
(iii). ರಾಕ್ ಸಂಗೀತ ಹೊರತು ಪಡಿಸಿ ಜಾನಪದ ಸಂಗೀತವನ್ನು ಇಷ್ಟಪಡುವವರ ಸಂಖ್ಯೆ ಎಷ್ಟು?

ಉತ್ತರ: (i). ಯಾವುದೇ ಪ್ರಕಾರದ ಸಂಗೀತವನ್ನು ಇಷ್ಟಪಡದವರ ಸಂಖ್ಯೆ ಎಷ್ಟು?

$R = \{ \text{ರಾಕ್ ಸಂಗೀತ ಇಷ್ಟ ಪಡುವವರು} \}, J = \{ \text{ಜಾನಪದ ಸಂಗೀತ ಇಷ್ಟ ಪಡುವವರು} \},$

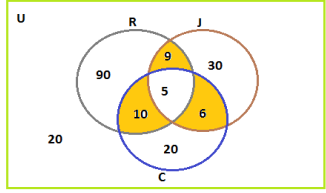
$C = \{ \text{ಶಾಸ್ತ್ರೀಯ ಸಂಗೀತ ಇಷ್ಟಪಡುವವರು} \}$

$n(R) = 114, n(J) = 50, n(C) = 41, n(R \cap J) = 14, n(J \cap C) = 11, n(R \cap C) = 15, n(R \cap J \cap C) = 5$



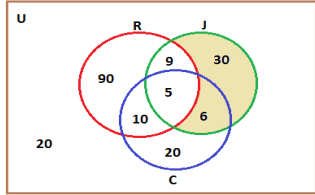
= 20

(ii). ಯಾವುದೇ ಎರಡು ಸಂಗೀತದ ವಿಧಗಳನ್ನು ಮಾತ್ರ ಇಷ್ಟಪಡುವವರ ಸಂಖ್ಯೆ ಎಷ್ಟು?



= 25

(iii). ರಾಕ್ ಸಂಗೀತ ಹೊರತು ಪಡಿಸಿ ಜಾನಪದ ಸಂಗೀತವನ್ನು ಇಷ್ಟಪಡುವವರ ಸಂಖ್ಯೆ ಎಷ್ಟು?

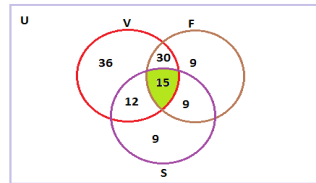


= 36

2. ಒಂದು ಹಳ್ಳಿಯಲ್ಲಿನ 120 ರೈತರಲ್ಲಿ, 93 ರೈತರು ತರಕಾರಿಯನ್ನು, 63 ರೈತರು ಹೂಗಳನ್ನು, 45 ರೈತರು ಕಬ್ಬನ್ನು ಬೆಳೆಯುತ್ತಾರೆ. 45 ರೈತರು ತರಕಾರಿ ಮತ್ತು ಹಾಗೂ ಹೂಗಳನ್ನು, 24 ರೈತರು ಹೂ ಮತ್ತು ಕಬ್ಬನ್ನು, 27 ರೈತರು ತರಕಾರಿ ಮತ್ತು ಕಬ್ಬನ್ನು ಬೆಳೆದರೆ, ಕಬ್ಬು, ಹೂ ಹಾಗೂ ತರಕಾರಿ ಮೂರನ್ನು ಬೆಳೆಯುವ ರೈತರ ಸಂಖ್ಯೆ ಎಷ್ಟು?

ಉತ್ತರ:  $V = \{ \text{ತರಕಾರಿ ಬೆಳೆಯುವ ರೈತರು} \}, F = \{ \text{ಹೂಗಳನ್ನು ಬೆಳೆಯುವ ರೈತರು} \}, S = \{ \text{ಕಬ್ಬನ್ನು ಬೆಳೆಯುವ ರೈತರು} \}$

$$\begin{aligned} n(V) &= 93, n(F) = 63, n(S) = 45, n(V \cap F) = 45, n(F \cap S) = 24, n(V \cap S) = 27 \\ n(V \cup F \cup S) &= n(V) + n(F) + n(S) - [n(V \cap F) + n(F \cap S) + n(V \cap S)] + n(V \cap F \cap S) \\ 120 &= 93 + 63 + 45 - [45 + 24 + 27] + n(V \cap F \cap S) \\ 120 &= 93 + 63 + 45 - [45 + 24 + 27] + n(V \cap F \cap S) \\ 120 &= 201 - 96 + n(V \cap F \cap S) \\ 120 &= 105 + n(V \cap F \cap S) \\ n(V \cap F \cap S) &= 120 - 105 \\ n(V \cap F \cap S) &= 15 \end{aligned}$$



ಹೆಚ್ಚುವರಿ ಅಭ್ಯಾಸ ಲೆಕ್ಕಗಳು:

1.  $A = \{ 0, 2, 4, 6, 8 \}$  ಮತ್ತು  $B = \{ x: x, 5 \text{ ಕ್ಕಿಂತ ಚಿಕ್ಕದಾದ ಮತ್ತು } x \geq 0 \text{ ಸಮ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು} \}$  ಆದರೆ,
    - i)  $A \cup B$  ii)  $B \cup A$  iii)  $A \cap B$  iv)  $B \cap A$  ಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
  2.  $A = \{ 1, 2, 3, 4, 5 \}$  ಮತ್ತು  $B = \{ 2, 4, 0, 8 \}$  ಆದರೆ, i).  $A \cup B = B \cup A$  ii).  $A \cap B = B \cap A$  ಆಗಿದೆಯೇ? ಎಂದು ಪರೀಕ್ಷಿಸಿ.
  3.  $A = \{ 1, 4, 9, 16 \}$ ,  $B = \{ 3, 4, 5 \}$  ಮತ್ತು  $C = \{ 3, 9, 12 \}$  ಆದರೆ
    - i).  $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap C$  ii)  $A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$  ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.
  4.  $A = \{ 2, 4, 6, 8, 10 \}$ ,  $B = \{ 1, 2, 3, 4, 5, 6 \}$  ಮತ್ತು  $C = \{ 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13 \}$  ಆದರೆ,
    - i).  $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$  ii).  $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$  ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.
  5.  $X = \{ x: x, 12 \text{ ಕ್ಕಿಂತ ಚಿಕ್ಕದಾದ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆ} \}$   
 $Y = \{ x: x, 12 \text{ ಕ್ಕಿಂತ ಚಿಕ್ಕದಾದ ಸಮಸಂಖ್ಯೆ} \}$   
 $Z = \{ x: x, 12 \text{ ಕ್ಕಿಂತ ಚಿಕ್ಕದಾದ ಬೆಸಸಂಖ್ಯೆ} \}$  ಆದರೆ,
    - i). ಗಣಗಳ ಸಂಯೋಗವು, ಅವುಗಳ ಭೇದನದೊಂದಿಗೆ ವಿಭಾಜಕತೆಯನ್ನು ಹೊಂದಿದೆ,
    - ii). ಗಣಗಳ ಭೇದನವು, ಅವುಗಳ ಸಂಯೋಗದೊಂದಿಗೆ ವಿಭಾಜಕತೆಯನ್ನು ಹೊಂದಿದೆ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.
  6.  $U = \{ 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 \}$   
 $A = \{ x: x, 10 \text{ ಕ್ಕಿಂತ ಚಿಕ್ಕದಾದ ವರ್ಗ ಸಂಖ್ಯೆ} \}$   
 $B = \{ x: x, 10 \text{ ಕ್ಕಿಂತ ಚಿಕ್ಕದಾದ } 3 \text{ ರ ಅಪವರ್ತನ} \}$  ಆದರೆ,
    - i).  $(A \cup B)^c = A^c \cap B^c$  ii)  $(A \cap B)^c = A^c \cup B^c$  ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.
- II. ಈ ಕೆಳಗಿನ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸಿ, ವೆನ್ ನಕ್ಷೆ ಬರೆಯಿರಿ.
1. ಒಂದು ರೈಲು ಬೋಗಿಯಲ್ಲಿನ ಪ್ರಯಾಣಿಕರ ಸಂಖ್ಯೆ 7 ಆಗಿದೆ. ಅವರಲ್ಲಿ 5 ಮಂದಿ ಹಿಂದಿ ಮಾತಾಡಬಲ್ಲರು, 4 ಮಂದಿ ಇಂಗ್ಲೀಷ್ ಮಾತಾಡಬಲ್ಲರು, ಮತ್ತು 2 ಮಂದಿ ಎರಡೂ ಭಾಷೆಗಳನ್ನು ಮಾತಾಡಬಲ್ಲವರಾದರೆ,
    - i). ಹಿಂದಿ ಭಾಷೆಯನ್ನು ಮಾತ್ರ ಮಾತಾಡುವವರು
    - ii). ಇಂಗ್ಲೀಷ್ ಭಾಷೆ ಮಾತ್ರ ಮಾತಾಡುವವರ ಸಂಖ್ಯೆ ಎಷ್ಟು?
  2. ಒಂದು ತರಗತಿಯಲ್ಲಿನ 60 ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಯು ಕನ್ನಡ ಮತ್ತು ಇಂಗ್ಲೀಷ್ ಭಾಷೆಯಲ್ಲಿ ಕನಿಷ್ಠ ಒಂದು ಭಾಷೆಯನ್ನು ಕಲಿಯುತ್ತಾನೆ. 45 ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಕನ್ನಡವನ್ನು 30 ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಇಂಗ್ಲೀಷನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡರೆ,
    - i). ಎರಡೂ ಭಾಷೆಗಳನ್ನು,
    - ii). ಕನ್ನಡ ಭಾಷೆ ಮಾತ್ರ,
    - iii). ಇಂಗ್ಲೀಷ್ ಭಾಷೆ ಮಾತ್ರ ಕಲಿಯುವವರ ಸಂಖ್ಯೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
  3. ಬೆಂಗಳೂರಿನಲ್ಲಿ 1000 ಜನರಿಂದ ಪಡೆದ ಮಾಹಿತಿಗೆ ಅನುಗುಣವಾಗಿ ವಾರ್ತಾ ಪತ್ರಿಕೆ X ನ್ನು 800 ಜನರು, ವಾರ್ತಾ ಪತ್ರಿಕೆ Y ನ್ನು 300 ಜನರು ಹಾಗೂ ಎರಡೂ ಪತ್ರಿಕೆಗಳನ್ನು 300 ಜನರು ಓದುತ್ತಾರೆ. ಎರಡೂ ಪತ್ರಿಕೆಗಳನ್ನು ಓದದೇ ಇರುವವರ ಸಂಖ್ಯೆ ಎಷ್ಟು?
  4. ಒಬ್ಬ ಹೂ ಮಾರುವವನ ಬಳಿ ಕೆಲವು ಹಾರಗಳಿವೆ. 110 ಹಾರಗಳು ಸಂಪಿಗೆ ಹೂಗಳಿಂದಾಗಿದೆ, 50 ಹಾರಗಳು ಮಲ್ಲಿಗೆ ಹೂಗಳಿಂದಾಗಿದೆ ಮತ್ತು 30 ಹಾರಗಳು ಎರಡೂ ಹೂಗಳಿಂದಾಗಿದೆ. ಹಾಗಾದರೆ ಅವನ ಬಳಿ ಇರುವ ಹಾರಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಎಷ್ಟು?



5. ಒಂದು ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ 60ಮಂದಿ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿದ್ದು ಪ್ರತಿಯೊಬ್ಬರೂ ಗಣಿತ ಅಥವಾ ವಿಜ್ಞಾನ ಇಲ್ಲವೇ ಎರಡನ್ನೂ ಆಯ್ಕೆ ಮಾಡಿಕೊಂಡು ಅಭ್ಯಾಸ ಮಾಡಬೇಕಿದೆ. ಈ ಪೈಕಿ 45 ಮಂದಿ ಗಣಿತವನ್ನೂ, 30 ಮಂದಿ ವಿಜ್ಞಾನವನ್ನು ಆಯ್ಕೆ ಮಾಡಿಕೊಂಡಿರುತ್ತಾರೆ. ಎರಡೂ ವಿಷಯವನ್ನು ಆಯ್ಕೆ ಮಾಡಿಕೊಂಡ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
6. ಒಂದು ಸಾವಿರ ಟೆಲಿವಿಷನ್ ವೀಕ್ಷಿಸುವ ಕುಟುಂಬಗಳನ್ನು ಸಂದರ್ಶಿಸಲಾಗಿ 750 ಕುಟುಂಬಗಳು ಕನ್ನಡ ಕಾರ್ಯಕ್ರಮವನ್ನೂ, 400 ಕುಟುಂಬಗಳು ಹಿಂದಿ ಕಾರ್ಯಕ್ರಮವನ್ನೂ, ಮತ್ತು 300 ಜನರು ಎರಡೂ ಭಾಷೆಯ ಕಾರ್ಯಕ್ರಮಗಳನ್ನು ವೀಕ್ಷಿಸುತ್ತಾರೆ ಎಂದು ತಿಳಿದುಬಂತು. ಹಾಗಾದರೆ,
- ಕನ್ನಡ ಕಾರ್ಯಕ್ರಮಗಳನ್ನು ಮಾತ್ರ
  - ಹಿಂದಿ ಕಾರ್ಯಕ್ರಮವನ್ನು ಮಾತ್ರ
  - ಯಾವುದೇ ಕಾರ್ಯಕ್ರಮಗಳನ್ನು ವೀಕ್ಷಿಸದವರ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
- ಉತ್ತರ: II) 1). 3 , 2 2). 15, 30, 15 3). 100 4). 130 5). 15 6). i) 450 ii) 100 iii) 150