

SSLC - MATHEMATICS PROGRESSION

YAKUB S GHS Nada Belthangady Taluk, D.K., 574214

Ph:9008983286

ಅಧ್ಯಾಯ-2



ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿ:

ಸಾಮಾನ್ಯ ರೂಪ: $a, (a + d), (a + 2d), (a + 3d) - - - a + (n - 1)d$

ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯ 'n' ನೇ ಪದ: $T_n = a + (n - 1)d$

a - ಮೊದಲ ಪದ, n - ಪದಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ, d - ಸಾಮಾನ್ಯ ವ್ಯತ್ಯಾಸ

$$T_{n+1} = T_n + d$$

$$T_{n-1} = T_n - d$$

$$d = \frac{T_p - T_q}{p - q}$$

$$d = \frac{T_n - a}{n - 1} \quad [T_p = T_n] \text{ ಮತ್ತು } [T_q = 1]$$

ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯ 'n' ವರೆಗಿನ ಪದಗಳ ಮೊತ್ತ:

$$S_n = \frac{n}{2} [2a + (n - 1)d]$$

a - ಮೊದಲ ಪದ, n - ಪದಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ, d - ಸಾಮಾನ್ಯ ವ್ಯತ್ಯಾಸ

ಮೊದಲ 'n' ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತ:

$$\sum_1^n n = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$S_n = \frac{n}{2} [a + T_n]$$

ಗುಣೋತ್ತರ ಶ್ರೇಣಿ:

ಸಾಮಾನ್ಯ ರೂಪ: $a, ar, ar^2, ar^3 - - - ar^{n-1}$

ಗುಣೋತ್ತರ ಶ್ರೇಣಿಯ 'n' ನೇ ಪದ:

$$T_n = ar^{n-1}$$

$$T_{n+1} = T_n \times r$$

$$T_{n-1} = \frac{T_n}{r}$$

ಗುಣೋತ್ತರ ಶ್ರೇಣಿಯ 'n' ವರೆಗಿನ ಪದಗಳ ಮೊತ್ತ:

$$S_n = a \left(\frac{r^n - 1}{r - 1} \right) \quad r > 1$$

$$S_n = a \left(\frac{1 - r^n}{1 - r} \right) \quad r < 1$$

$$S_{2n} : S_n = 1 + r^n : 1$$

ಗುಣೋತ್ತರ ಶ್ರೇಣಿಯ ಅನಂತ ಪದಗಳ ಮೊತ್ತ:

$$S_\infty = \frac{a}{1 - r}$$

ಹರಾತ್ಮಕ ಶ್ರೇಣಿ:

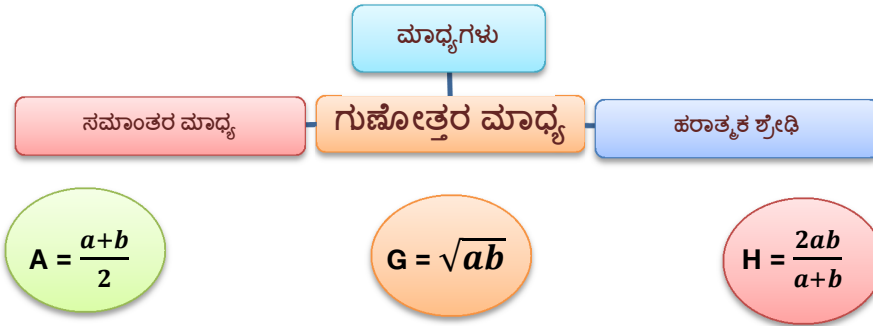
ಸಾಮಾನ್ಯ ರೂಪ:

$$\frac{1}{a}, \frac{1}{a+d}, \frac{1}{a+2d}, \frac{1}{a+3d}, \dots, \frac{1}{a+(n-1)d}$$

ಒಂದು ಶ್ರೇಣಿಯ ಪದಗಳ ವ್ಯುತ್ಕ್ರಮಗಳು ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯಲ್ಲಿ ಇದ್ದರೆ, ಆ ಶ್ರೇಣಿಯನ್ನು ಹರಾತ್ಮಕ ಶ್ರೇಣಿ ಎನ್ನುವರು.

ಹರಾತ್ಮಕ ಶ್ರೇಣಿಯ 'n' ನೇ ಪದ:

$$T_n = \frac{1}{a+(n-1)d}$$



ಅಭ್ಯಾಸ 2.1

1. ಇವುಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವುದು ಶ್ರೇಣಿಯಾಗುತ್ತದೆ?

- (i) 4, 11, 18, 25, ಶ್ರೇಣಿ
- (ii) 43, 32, 21, 10..... ಶ್ರೇಣಿ

SSLC - Mathematics Progression

- (iii) 27, 19, 40, 70,..... ಶ್ರೇಢಿ ಅಲ್ಲ
(iv) 7, 21, 63,189, ಶ್ರೇಢಿ
2. ಈ ಮುಂದಿನ ಶ್ರೇಢಿಗಳ ಮುಂದಿನ ಎರಡು ಪದಗಳನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.
- (i) 13, 15, 17, -, -, ಉತ್ತರ: 19, 21
(ii) $\frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, -, -$ ಉತ್ತರ: $\frac{5}{6}, \frac{6}{7}$
(iii) 1, 0.1, 0.01, -, - ಉತ್ತರ: 0.001, 0.0001
(iv) 6, 12, 24, -, - ಉತ್ತರ: 48, 96
3. $T_n = 5 - 4n$ ಆದರೆ ಮೊದಲ ಮೂರು ಪದಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
- $$T_n = 5 - 4n$$
- $$T_1 = 5 - 4 \times 1 = 5 - 4 = 1$$
- $$T_2 = 5 - 4 \times 2 = 5 - 8 = -3$$
- $$T_3 = 5 - 4 \times 3 = 5 - 12 = -7$$
4. $T_n = 2n^2 + 5$, ಆದರೆ (i) T_3 ಮತ್ತು (ii) T_{10} ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ
- (i) $T_3 = 2 \times 3^2 + 5$
 $T_3 = 2 \times 9 + 5$
 $T_3 = 18 + 5$
 $T_3 = 23$
- (ii) $T_{10} = 2 \times 10^2 + 5$
 $T_{10} = 2 \times 100 + 5$
 $T_{10} = 200 + 5$
 $T_{10} = 205$
5. $T_n = n^2 - 1$, ಆದರೆ (i) T_{n-1} ಮತ್ತು (ii) T_{n+1} ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
- (i) $T_{n-1} = (n-1)^2 - 1$
 $T_{n-1} = n^2 - 2n + 1 - 1$
 $T_{n-1} = n^2 - 2n$
- (ii) $T_{n+1} = (n+1)^2 - 1$
 $T_{n+1} = n^2 + 2n + 1 - 1$
 $T_{n+1} = n^2 + 2n$
6. $T_n = n^2 + 4$ ಮತ್ತು $T_n = 200$ ಆದರೆ n ನ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
- $$T_n = n^2 + 4$$
- $$200 = n^2 + 4$$
- $$n^2 + 4 = 200$$
- $$n^2 = 200 - 4$$
- $$n^2 = 196$$
- $$n^2 = 14$$

ಅಭ್ಯಾಸ 2.2

1. ಈ ಕೆಳಗಿನ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಗಳ ಮುಂದಿನ ನಾಲ್ಕು ಪದಗಳನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.
- (i) 0, -3, -6, ... (ii) $\frac{1}{6}, \frac{1}{3}, \frac{1}{2}, \dots$ (iii) $a + b, a - b, a - 3b, \dots$
- (i) 0, -3, -6, **-9, -12, -15, -18**
- (ii) $\frac{1}{6}, \frac{1}{3}, \frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{5}{6}, 1, \frac{7}{6}$
- (iii) $a + b, a - b, a - 3b, a - 5b, a - 7b, a - 9b, a - 11b$

SSLC - Mathematics Progression

2. ಕೊಟ್ಟಿರುವ T_n ಪದಗಳಿಗೆ ಶ್ರೇಣಿಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

(i) $T_n = 2n - 1$ (ii) $T_n = 5n + 1$

(i) $T_1 = 2 \times 1 - 1$ $T_2 = 2 \times 2 - 1$ $T_3 = 2 \times 3 - 1$
 $T_1 = 2 - 1$ $T_2 = 4 - 1$ $T_3 = 6 - 1$
 $T_1 = 1$ $T_2 = 3$ $T_3 = 5$

\therefore ಶ್ರೇಣಿ : 1, 3, 5, 7, 9, ...

(ii) $T_1 = 5 \times 1 + 1$ $T_2 = 5 \times 2 + 1$ $T_3 = 5 \times 3 + 1$
 $T_1 = 5 + 1$ $T_2 = 10 + 1$ $T_3 = 15 + 1$
 $T_1 = 6$ $T_2 = 11$ $T_3 = 16$

\therefore ಶ್ರೇಣಿ : 6, 11, 16, 21, 26, ...

3. ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯಲ್ಲಿ

(i) $a = -7, d = 5$ ಆದರೆ T_{12} ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

(ii) $a = -1, d = -3$ ಆದರೆ T_{50} ನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

(iii) $a = 12, d = 4, T_n = 76$ ಆದರೆ 'n' ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

(iv) $d = -2, T_{22} = -39$ ಆದರೆ 'a' ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

(v) $a = 13, T_{15} = 55$ ಆದರೆ 'd' ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

(i) $a = -7, d = 5$ ಆದರೆ T_{12} ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

$$\begin{aligned} T_n &= a + (n - 1)d \\ T_{12} &= -7 + (12 - 1)5 \\ T_{12} &= -7 + 11 \times 5 \\ T_{12} &= -7 + 55 \\ T_{12} &= 48 \end{aligned}$$

(ii) $a = -1, d = -3$ ಆದರೆ T_{50} ನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

$$\begin{aligned} T_n &= a + (n - 1)d \\ T_{50} &= -1 + (50 - 1) \times -3 \\ T_{50} &= -1 + 49 \times -3 \\ T_{50} &= -1 + -147 \\ T_{50} &= -148 \end{aligned}$$

(iii) $a = 12, d = 4, T_n = 76$ ಆದರೆ 'n' ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ

$$\begin{aligned} a + (n - 1)d &= T_n \\ 12 + (n - 1)4 &= 76 \\ 12 + 4n - 4 &= 76 \\ 4n + 8 &= 76 \\ 4n &= 76 - 8 \\ 4n &= 68 \\ n &= 17 \end{aligned}$$

(iv) $d = -2, T_{22} = -39$ ಆದರೆ 'a' ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

$$\begin{aligned} a + (n - 1)d &= T_n \\ a + (22 - 1) \times -2 &= -39 \\ a + (21) \times -2 &= -39 \\ a - 42 &= -39 \\ a &= -39 + 42 \\ a &= 3 \end{aligned}$$

(v) $a = 13, T_{15} = 55$ ಆದರೆ 'd' ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ

$$\begin{aligned} a + (n - 1)d &= T_n \\ 13 + (15 - 1)d &= 55 \\ 13 + 14d &= 55 \\ 14d &= 55 - 13 \\ 14d &= 42 \\ d &= 3 \end{aligned}$$

4. 100, 96, 92, . . . , 12 ಈ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯಲ್ಲಿನ ಪದಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

$$a = 100, d = T_2 - T_1 \quad 96 - 100 = -4, T_n = 12$$

$$a + (n - 1)d = T_n$$

$$100 + (n - 1)(-4) = T_n$$

$$100 - 4n + 4 = 12$$

$$-4n + 104 = 12$$

$$-4n = 12 - 104$$

$$-4n = -92$$

$$n = 23$$

5. ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜದ ಕೋನಗಳು ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯಲ್ಲಿವೆ. ಅತ್ಯಂತ ಚಿಕ್ಕ ಕೋನ 50° ಆದರೆ ಉಳಿದೆರಡು ಕೋನಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

$$a, a + d, a + 2d \text{ ಇವು ತ್ರಿಭುಜದ ಮೂರು ಕೋನಗಳಾಗಿರಲಿ. ಅತ್ಯಂತ ಚಿಕ್ಕ ಕೋನ } a = 50^\circ$$

$$a + (a+d) + (a+2d) = 180^\circ \quad [\because \text{ತ್ರಿಭುಜದ ಮೂರು ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತ } 180^\circ]$$

$$50^\circ + (50^\circ + d) + (50^\circ + 2d) = 180^\circ$$

$$150^\circ + 3d = 180^\circ$$

$$3d = 180^\circ - 150^\circ = 30^\circ$$

$$d = 10^\circ$$

$$\therefore \text{ತ್ರಿಭುಜದ ಕೋನಗಳು } 50^\circ, 50^\circ + 10^\circ, 50^\circ + 2 \times 10^\circ$$

$$\therefore \text{ತ್ರಿಭುಜದ ಕೋನಗಳು } 50^\circ, 60^\circ, 70^\circ$$

6. 50 ಪದಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯೊಂದರಲ್ಲಿ 3ನೇ ಪದ 12 ಮತ್ತು ಕೊನೆಯ ಪದ 106 ಆಗಿವೆ. ಅದರ 29ನೇ ಪದ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

$$n = 50, T_3 = 12, T_{50} = 106, T_{29} = ?$$

$$d = \frac{T_p - T_q}{p - q}$$

$$d = \frac{T_{50} - T_3}{50 - 3}$$

$$d = \frac{106 - 12}{47}$$

$$d = \frac{94}{47} = 2 \Rightarrow d = 2$$

$$T_{29} = T_3 + 26d \quad [\because T_p = T_q + (p - q)d]$$

$$T_{29} = 12 + 26 \times 2$$

$$T_{29} = 12 + 52$$

$$T_{29} = 64$$

7. ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯ 4ನೇ ಮತ್ತು 8ನೇ ಪದಗಳ ಮೊತ್ತವು 24 ಹಾಗೂ ಅದೇ ಶ್ರೇಣಿಯ 6ನೇ ಮತ್ತು 10ನೇ ಪದಗಳ ಮೊತ್ತವು 44 ಆಗಿದೆ. ಅದರ ಮೊದಲ ಮೂರು ಪದಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

$$T_4 + T_8 = 24, T_6 + T_{10} = 44$$

$$T_4 + T_8 = 24$$

$$\Rightarrow a + (4-1)d + a + (8-1)d = 24$$

$$\Rightarrow a + 3d + a + 7d = 24$$

$$\Rightarrow 2a + 10d = 24$$

$$\Rightarrow a + 5d = 12 \quad \text{-----(1)}$$

$$\begin{aligned}T_6 + T_{10} &= 44 \\ \Rightarrow a + (6-1)d + a + (10-1)d &= 44 \\ \Rightarrow a + 5d + a + 9d &= 44 \\ \Rightarrow 2a + 14d &= 44 \\ \Rightarrow a + 7d &= 22 \text{ -----(2)} \\ (1) - (2) \\ a + 5d &= 12 \\ a + 7d &= 22 \\ \hline -2d &= -10 \\ d &= 5\end{aligned}$$

$d = 5$ ಎಂದು (1)ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ,

$$a + 5 \times 5 = 12 \Rightarrow a + 25 = 12 \Rightarrow a = 12 - 25 = -13$$

\therefore ಮೊದಲ ಮೂರು ಪದಗಳು $a, a+d, a+2d \Rightarrow -13, -13+5, -13+10 \Rightarrow -13, -8, -3$

8. ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯಲ್ಲಿ 7ನೇ ಮತ್ತು 3ನೇ ಪದಗಳ ಅನುಪಾತವು 12:5 ಆಗಿದೆ. 13ನೇ ಪದ ಮತ್ತು 4ನೇ ಪದದ ಅನುಪಾತವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

$$\begin{aligned}\frac{T_7}{T_3} &= \frac{12}{5} \Rightarrow 5T_7 = 12T_3 \\ \Rightarrow 5[a + (7-1)d] &= 12[a + (3-1)d] \\ \Rightarrow 5a + 30d &= 12a + 24d \\ \Rightarrow 30d - 24d &= 12a - 5a \\ \Rightarrow 6d &= 7a \\ \Rightarrow a &= \frac{6d}{7} \\ \frac{T_{13}}{T_4} &= \frac{a + (13-1)d}{a + (4-1)d} \\ \frac{T_{13}}{T_4} &= \frac{\frac{6d}{7} + 12d}{\frac{6d}{7} + 3d} \\ \frac{T_{13}}{T_4} &= \frac{\frac{6d + 84d}{7}}{\frac{6d + 21d}{7}} \\ \frac{T_{13}}{T_4} &= \frac{10}{3} \\ T_{13}: T_4 &= 10:3\end{aligned}$$

9. ಒಂದು ಸಂಸ್ಥೆಯು 2001ನೇ ಇಸವಿಯಲ್ಲಿ 400 ಉದ್ಯೋಗಿಗಳನ್ನು ನೇಮಿಸಿಕೊಂಡಿತು. ಮತ್ತು ಪ್ರತಿ ವರ್ಷವೂ ಉದ್ಯೋಗಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು 35 ಹೆಚ್ಚಿಸಿತು. ಯಾವ ವರ್ಷದಲ್ಲಿ ಸಂಸ್ಥೆಯ ಉದ್ಯೋಗಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯು 785 ಆಗಿರುತ್ತದೆ?

ಇದು ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯಲ್ಲಿದೆ,

$$\begin{aligned}\therefore a &= 400 \quad d = 35, \quad T_n = 785 \\ a + (n-1)d &= T_n \\ 400 + (n-1)35 &= 785 \\ 400 + 35n - 35 &= 785 \\ 35n &= 785 - 365 \\ 35n &= 420 \\ n &= \frac{420}{35} \\ n &= 12\end{aligned}$$

SSLC - Mathematics Progression

∴ 12 ವರ್ಷದ ನಂತರ ಉದ್ಯೋಗಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ = 785 ಆಗುತ್ತದೆ.

$$\Rightarrow 2001 + 12 = 2013\text{ನೇ ವರ್ಷದಲ್ಲಿ}$$

10. ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯ pನೇ ಪದ q ಮತ್ತು qನೇ ಪದ p ಆದರೆ nನೇ ಪದವು (p + q - n) ಆಗಿರುತ್ತದೆ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

$$d = \frac{T_p - T_q}{p - q}$$

$$d = \frac{q - p}{p - q}$$

$$d = -1$$

$$T_n = T_p + (n - p)d$$

$$T_n = q + (n - p)(-1)$$

$$T_n = q - n + p$$

$$T_n = p + q - n$$

11. 2ನೇ ಮತ್ತು 3ನೇ ಪದಗಳ ಮೊತ್ತವು 22 ಮತ್ತು ಮೊದಲನೇ ಹಾಗೂ 4ನೇ ಪದಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧವು

85 ಇರುವ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯೊಂದರ ಮೊದಲ ನಾಲ್ಕು ಪದಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

$$T_2 + T_3 = 22, T_1 \times T_4 = 85$$

$$T_2 + T_2 + d = 22$$

$$a + (2-1)d + a + (2-1)d + d = 22$$

$$a + d + a + d + d = 22$$

$$2a + 3d = 22$$

$$a + 3d = 22 - a \text{ -----(1)}$$

$$T_1 \times T_4 = 85$$

$$a[(a + (4-1)d)] = 85$$

$$a[a + 3d] = 85$$

$$a[22 - a] = 85 \quad [(1) \text{ ನ್ನು ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ}]$$

$$22a - a^2 = 85$$

$$-a^2 + 22a - 85 = 0$$

$$a^2 - 22a + 85 = 0$$

$$a^2 - 17a - 5a + 85 = 0$$

$$a(a - 17) - 5(a - 17) = 0$$

$$(a - 17)(a - 5) = 0$$

$$a = 17 \text{ ಅಥವಾ } a = 5$$

(1)ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ,

$$17 + 3d = 22 - 17 \Rightarrow 17 + 3d = 5 \Rightarrow 3d = 5 - 17 \Rightarrow d = \frac{-12}{3} \Rightarrow d = -4$$

ಅಥವಾ

$$5 + 3d = 22 - 5 \Rightarrow 5 + 3d = 17 \Rightarrow 3d = 17 - 5 \Rightarrow d = \frac{12}{3} \Rightarrow d = 4$$

∴ ಶ್ರೇಣಿಯ ನಾಲ್ಕು ಪದಗಳು 17, 13, 9, 5 ಅಥವಾ 5, 9, 13, 17

ಅಭ್ಯಾಸ 2.3

1. $T_n = 2n + 3$ ಆದರೆ S_2 ನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

SSLC - Mathematics Progression

$$\begin{aligned}S_2 &= T_1 + T_2 \\S_2 &= T_1 + T_2 \\T_1 &= 2 \times 1 + 3 = 2 + 3 = 5 \\T_2 &= 2 \times 2 + 3 = 4 + 3 = 7 \\ \therefore S_2 &= 5 + 7 \\ \therefore S_2 &= 12\end{aligned}$$

2. ಇವುಗಳ ಮೊತ್ತ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

(i) $3+7+11+ \dots \dots 25$ ಪದಗಳವರೆಗೆ

$$\begin{aligned}a &= 3, d = 4, n = 25 \\S_n &= \frac{n}{2} [2a + (n - 1)d] \\S_{25} &= \frac{25}{2} [2 \times 3 + (25 - 1)4] \\S_{25} &= \frac{25}{2} [6 + 24 \times 4] \\S_{25} &= \frac{25}{2} [6 + 96] \\S_{25} &= \frac{25}{2} [102] \\S_{25} &= 25[51] \\S_{25} &= 1275\end{aligned}$$

(ii) $-3, 1, 5, \dots \dots 17$ ಪದಗಳವರೆಗೆ.

$$\begin{aligned}a &= -3, d = 4, n = 17 \\S_n &= \frac{n}{2} [2a + (n - 1)d] \\S_n &= \frac{17}{2} [2 \times (-3) + (17 - 1)4] \\S_n &= \frac{17}{2} [-6 + 16 \times 4] \\S_n &= \frac{17}{2} [-6 + 64] \\S_n &= \frac{17}{2} [58] \\S_n &= 17[29] \\S_n &= 493\end{aligned}$$

(iii) $3a, a, -a, \dots \dots A$ ಪದಗಳವರೆಗೆ

$$\begin{aligned}a &= 3a, d = -2a, n = a \\S_n &= \frac{n}{2} [2a + (n - 1)d] \\S_n &= \frac{a}{2} [2(3a) + (a - 1)(-2a)] \\S_n &= \frac{a}{2} [6a + (-2a^2 + 2a)] \\S_n &= \frac{a}{2} [8a - 2a^2] \\S_n &= \frac{2a}{2} [4a - a^2] \\S_n &= a[4a - a^2] \\S_n &= 4a^2 - a^3\end{aligned}$$

(iv) $p, 0, -p, \dots \dots p$ ಪದಗಳವರೆಗೆ

$$\begin{aligned}a &= p, d = -p, n = p \\S_n &= \frac{n}{2} [2a + (n - 1)d]\end{aligned}$$

$$S_n = \frac{p}{2} [2p + (p-1)(-p)]$$

$$S_n = \frac{p}{2} [2p + (-p^2 + p)]$$

$$S_n = \frac{p^2}{2} [3 - p]$$

3. 56ನೇ ಪದ $\frac{5}{37}$ ಆಗಿರುವ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯೊಂದರ ಮೊದಲ 111 ಪದಗಳ ಮೊತ್ತವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

$$n = 111, T_{56} = \frac{5}{37}$$

$$T_n = a + (n-1)d$$

$$a + (56-1)d = \frac{5}{37}$$

$$a + 55d = \frac{5}{37} \text{-----(1)}$$

$$S_n = \frac{n}{2} [2a + (n-1)d]$$

$$S_{111} = \frac{111}{2} [2a + (111-1)d]$$

$$S_{111} = \frac{111}{2} [2a + 110d]$$

$$S_{111} = \frac{111 \times 2}{2} [a + 55d]$$

$$S_{111} = 111 \left[\frac{5}{37} \right] \text{ [(i) ನ್ನು ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ]}$$

$$S_{111} = \frac{555}{37}$$

$$S_{111} = 15$$

4. ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಶ್ರೇಣಿಯಲ್ಲಿ ಇವುಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ (a) (i) $\sum_{n=1}^{20} 20$ (ii) $S_{50} - S_{40}$ (iii)

$$S_{30} + S_{15}$$

(b) (i) $S_n = 55$ (ii) $S_n = 15$ ಆಗಿದ್ದಾಗ 'n'ನ ಬೆಲೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

$$(a) (i) \sum_{n=1}^{20} 20$$

$$\sum n = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$\sum 20 = \frac{20(20+1)}{2}$$

$$\sum 20 = 10 \times 21$$

$$\sum 20 = 210$$

$$(ii) S_{50} - S_{40}$$

$$S_n = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$S_{50} - S_{40} = \frac{50(50+1)}{2} - \frac{40(40+1)}{2}$$

$$S_{50} - S_{40} = 25 \times 51 - 20 \times 41$$

$$S_{50} - S_{40} = 1275 - 820$$

$$S_{50} - S_{40} = 455$$

$$(iii) S_{30} + S_{15}$$

$$S_n = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$S_{30} + S_{15} = \frac{30(30+1)}{2} + \frac{15(15+1)}{2}$$

$$S_{30} + S_{15} = \frac{30 \times 31}{2} + \frac{15 \times 16}{2}$$

$$S_{30} + S_{15} = 15 \times 31 + 15 \times 8$$

$$S_{30} + S_{15} = 465 + 120$$

$$S_{30} + S_{15} = 585$$

$$(b) (i) S_n = 55$$

$$S_n = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$55 = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$n(n+1) = 55 \times 2$$

$$n(n+1) = 110$$

$$n(n+1) = 10(10+1)$$

$$\therefore n = 10$$

$$(ii) S_n = 15$$

$$S_n = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$15 = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$n(n+1) = 15 \times 2$$

$$n(n+1) = 30$$

$$n(n+1) = 5(5+1)$$

$$\therefore n = 5$$

5. ಮೊದಲ ಎಲ್ಲಾ 'n' ಬೆಸ ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

$$S_n = \frac{n}{2} [2a + (n-1)d]$$

$$a = 1, d = 2$$

$$\Rightarrow S_n = \frac{n}{2} [2 \times 1 + (n-1)2]$$

$$\Rightarrow S_n = \frac{n}{2} [2 + 2n - 2]$$

$$\Rightarrow S_n = \frac{n}{2} [2n]$$

$$\Rightarrow S_n = n^2$$

6. 1 ರಿಂದ 201 ರ ವರೆಗಿನ 5 ರಿಂದ ಭಾಗವಾಗುವ ಎಲ್ಲಾ ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

$$= 5 + 10 + 15 + 20 + \dots + 200$$

$$= 5(1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 40)$$

$$= 5(S_n)$$

$$\Rightarrow S_n = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$= 5 \left[\frac{40(40+1)}{2} \right]$$

$$= 5[20 \times 41]$$

$$= 5[820]$$

$$= 4100$$

7. n ಪದಗಳ ಮೊತ್ತ $\frac{1}{2}n(7n-1)$ ಆಗಿರುವ ಒಂದು ಶ್ರೇಣಿಯ ಮೊದಲ ನಾಲ್ಕು ಪದಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

$$S_n = \frac{1}{2}n(7n-1)$$

$$T_1 = S_1$$

$$T_1 = \frac{1}{2} \times 1(7 \times 1 - 1)$$

$$T_1 = \frac{1}{2}(6)$$

$$T_1 = 3$$

$$T_1 + T_2 = S_2$$

$$\Rightarrow T_2 = S_2 - S_1$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow T_2 &= \frac{1}{2} \times 2(7 \times 2 - 1) - 3 \\ \Rightarrow T_2 &= 1(14 - 1) - 3 \\ \Rightarrow T_2 &= 13 - 3 \\ \Rightarrow T_2 &= 10 \\ T_3 &= S_3 - S_2 \\ \Rightarrow T_3 &= \frac{1}{2} \times 3(7 \times 3 - 1) - 13 \\ \Rightarrow T_3 &= \frac{3}{2}(21 - 1) - 13 \\ \Rightarrow T_3 &= \frac{3}{2} \times 20 - 13 \\ \Rightarrow T_3 &= 3 \times 10 - 13 \Rightarrow 30 - 13 \\ T_3 &= 17 \\ T_4 &= S_4 - S_3 \\ \Rightarrow T_4 &= \frac{1}{2} \times 4(7 \times 4 - 1) - 30 \\ \Rightarrow T_4 &= 2(28 - 1) - 30 \\ \Rightarrow T_4 &= 2(27) - 30 \\ \Rightarrow T_4 &= 54 - 30 \\ \Rightarrow T_4 &= 24 \end{aligned}$$

8. ಮೊತ್ತ 51 ಆಗಲು ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿ 1, 4, 7, ...ಯ ಎಷ್ಟು ಪದಗಳು ಬೇಕಾಗುತ್ತವೆ?

$$\begin{aligned} S_n &= \frac{n}{2}[2a + (n - 1)d] \\ S_n &= 51, \quad a = 1, \quad d = 3 \\ \frac{n}{2}[2 \times 1 + (n - 1)3] &= 51 \\ \frac{n}{2}[2 + 3n - 3] &= 51 \\ \frac{n}{2}[3n - 1] &= 51 \\ n[3n - 1] &= 102 \\ 3n^2 - n &= 102 \\ 3n^2 - n - 102 &= 0 \\ 3n^2 - 18n + 17n - 102 &= 0 \\ 3n(n - 6) + 17(n - 6) &= 0 \\ (n - 6) + (3n + 17) &= 0 \\ (n - 6) &= 0 \\ n &= 6 \end{aligned}$$

9. ಮೊತ್ತ ಮತ್ತು ಗುಣಲಬ್ಧಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ (i) 21 ಮತ್ತು 231 (ii) 36 ಮತ್ತು 1620 ಆಗಿರುವಂತೆ

ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯಲ್ಲಿನ ಮೂರು ಪದಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯಲ್ಲಿನ ಮೂರು ಪದಗಳು $-a - d, a, a + d$

$$\begin{aligned} \text{(i) } a - d + a + a + d &= 21 \\ 3a &= 21 \\ a &= 7 \\ (a - d) a (a + d) &= 231 \\ (7 - d) 7 (7 + d) &= 231 \\ (7 - d) (7 + d) &= 33 \\ 7^2 - d^2 &= 33 \\ 49 - d^2 &= 33 \\ -d^2 &= 33 - 49 \\ -d^2 &= -16 \\ d^2 &= 16 \\ d &= \pm 4 \end{aligned}$$

SSLC - Mathematics Progression

∴ ಶ್ರೇಣಿಯ ಪದಗಳು- $7 - 4 = 3, 7, 7 + 4 = 11$

∴ ಶ್ರೇಣಿಯ ಪದಗಳು $3, 7, 11$

(ii) $a - d + a + a + d = 36$

$$3a = 36$$

$$a = 12$$

$$(a - d) a (a + d) = 1620$$

$$(12 - d) 12 (12 + d) = 1620$$

$$(12 - d) (12 + d) = 135$$

$$12^2 - d^2 = 135$$

$$144 - d^2 = 135$$

$$-d^2 = 135 - 144$$

$$-d^2 = -9$$

$$d^2 = 9$$

$$d = \pm 3$$

∴ ಶ್ರೇಣಿಯ ಪದಗಳು- $12 - 3 = 9, 12, 12 + 3 = 15$

∴ ಶ್ರೇಣಿಯ ಪದಗಳು $9, 12, 15$

10. ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯಲ್ಲಿನ 6 ಪದಗಳ ಮೊತ್ತ 345. ಮೊದಲ ಹಾಗೂ ಕೊನೆಯ ಪದಗಳ ವ್ಯತ್ಯಾಸ 55 ಆ

ಪದಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

$$\frac{n}{2} [2a + (n - 1)d] = S_n$$

$$\frac{6}{2} [2a + (6 - 1)d] = 345$$

$$3[2a + 5d] = 345$$

$$6a + 15d = 345$$

$$2a + 5d = 115 \text{-----(1)}$$

$$T_n - a = 55$$

$$a + (n - 1)d - a = T_n$$

$$a + (6 - 1)d - a = 55$$

$$5d = 55$$

$$d = 11$$

$$(i) \Rightarrow 2a + 5 \times 11 = 115$$

$$\Rightarrow 2a + 55 = 115$$

$$\Rightarrow 2a = 115 - 55$$

$$\Rightarrow 2a = 60$$

$$\Rightarrow a = 30$$

∴ \Rightarrow ಶ್ರೇಣಿಯ ಪದಗಳು - $30, 41, 52, 63, 74, 85$

11. ಮೊದಲ ಪದ 2 ಇರುವ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯೊಂದರಲ್ಲಿ ಮೊದಲ ಐದು ಪದಗಳ ಮೊತ್ತವು ಮುಂದಿನ

ಐದು ಪದಗಳ ಮೊತ್ತದ ನಾಲ್ಕನೇ ಒಂದು ಭಾಗದಷ್ಟಿದೆ. $T_{20} = -112$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ. S_{20} ಯನ್ನು

ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

$$a = 2, S_5 = \frac{1}{4} (S_{10} - S_5)$$

$$S_n = \frac{n}{2} [2a + (n - 1)d]$$

$$S_5 = \frac{5}{2} [2 \times 2 + (5 - 1)d]$$

$$S_5 = \frac{5}{2} [4 + 4d]$$

$$S_5 = 5[2 + 2d]$$

$$S_5 = 10 + 10d$$

$$S_{10} = \frac{10}{2}[2x2 + (10 - 1)d]$$

$$S_{10} = 5[4 + 9d]$$

$$S_{10} = 20 + 45d$$

$$S_{10} - S_5 = 20 + 45d - (10 + 10d)$$

$$S_{10} - S_5 = 20 + 45d - 10 - 10d$$

$$S_{10} - S_5 = 10 + 35d$$

$$10 + 10d = \frac{1}{4}(10 + 35d)$$

$$40 + 40d = 10 + 35d$$

$$5d = -30$$

$$d = -6$$

$$\therefore T_{20} = 2 + (20-1)d$$

$$\therefore T_{20} = 2 + 19(-6)$$

$$\therefore T_{20} = 2 - 114$$

$$\therefore T_{20} = -112$$

$$S_{20} = \frac{20}{2}[2x2 + (20 - 1)(-6)]$$

$$S_{20} = 10[4 - 114]$$

$$S_{20} = 10[-110]$$

$$S_{20} = -1100$$

12. ನವಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯೊಂದರಲ್ಲಿ ಮೂರನೇ ಪದವು 8 ಆಗಿದ್ದು, ಒಂಭತ್ತನೇ ಪದವು ಮೂರನೇ ಪದದ ಮೂರರಷ್ಟಕ್ಕಿಂತ 2 ಹೆಚ್ಚು ಇದೆ. ಅದರ ಮೊದಲ 19 ಪದಗಳ ಮೊತ್ತವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

$$T_3 = 8$$

$$a + (3 - 1)d = 8$$

$$a + 2d = 8 \text{-----(1)}$$

$$T_9 = 3T_3 + 2$$

$$a + (9 - 1)d = 3 \times 8 + 2$$

$$a + 8d = 24 + 2$$

$$a + 8d = 26 \text{-----(2)}$$

$$(2) - (1)$$

$$a + 8d = 26$$

$$a + 2d = 8$$

$$\hline 6d = 18$$

$$d = 3$$

$$\therefore (1) \Rightarrow a + 2 \times 3 = 8$$

$$\Rightarrow a + 6 = 8$$

$$\Rightarrow a = 2$$

$$S_n = \frac{n}{2}[2a + (n - 1)d]$$

$$S_n = \frac{19}{2}[2 \times 2 + (19 - 1)3]$$

$$S_n = \frac{19}{2}[4 + 18 \times 3]$$

$$S_n = \frac{19}{2}[4 + 54]$$

$$S_n = \frac{19}{2}[58]$$

$$S_n = 19 \times 29$$

$$S_n = 551$$

ಅಭ್ಯಾಸ 2.4

1. ಇವುಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವುವು ಹರಾತ್ಯಕ ಶ್ರೇಣಿಗಳು?

SSLC - Mathematics Progression

(i) $1, \frac{1}{4}, \frac{1}{7}, \frac{1}{10}, \dots$ (ii) $1, \frac{2}{3}, \frac{1}{2}, \frac{2}{5}, \dots$ (iii) $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{6}, \frac{1}{18}, \dots$

(iv) $1, \frac{1}{3}, \frac{1}{7}, \frac{1}{11}, \dots$ (v) $6, 4, 3, \dots$ (vi) $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \dots$

(i) $1, \frac{1}{4}, \frac{1}{7}, \frac{1}{10}, \dots$

ವ್ಯುತ್ಕ್ರಮಗಳು $1, 4, 7, 10, \dots$

$4 - 1 = 3, 7 - 4 = 3$

ಶ್ರೇಣಿಯ ವ್ಯುತ್ಕ್ರಮಗಳು ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯಾಗಿವೆ.

\therefore ಇದು ಹರಾತ್ಮಕ ಶ್ರೇಣಿ

(ii) $1, \frac{2}{3}, \frac{1}{2}, \frac{2}{5}, \dots$

ವ್ಯುತ್ಕ್ರಮಗಳು $1, \frac{3}{2}, 2, \frac{5}{2}, \dots$

$\frac{3}{2} - 1 = \frac{1}{2}, 2 - \frac{3}{2} = \frac{1}{2}, \frac{5}{2} - 2 = \frac{1}{2}, \dots$

ಶ್ರೇಣಿಯ ವ್ಯುತ್ಕ್ರಮಗಳು ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯಾಗಿವೆ

\therefore ಇದು ಹರಾತ್ಮಕ ಶ್ರೇಣಿ

(iii) $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{6}, \frac{1}{18}, \dots$

ವ್ಯುತ್ಕ್ರಮಗಳು $1, 2, 6, 18, \dots$

$2 - 1 = 1, 6 - 2 = 4, \dots$

ಶ್ರೇಣಿಯ ವ್ಯುತ್ಕ್ರಮಗಳು ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿ ಅಲ್ಲ

\therefore ಇದು ಹರಾತ್ಮಕ ಶ್ರೇಣಿ ಅಲ್ಲ

(iv) $\frac{1}{3}, \frac{1}{7}, \frac{1}{11}, \dots$

ವ್ಯುತ್ಕ್ರಮಗಳು $3, 7, 11, \dots$

$7 - 3 = 4, 11 - 7 = 4$

ಶ್ರೇಣಿಯ ವ್ಯುತ್ಕ್ರಮಗಳು ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯಾಗಿವೆ

\therefore ಇದು ಹರಾತ್ಮಕ ಶ್ರೇಣಿ

(v) $6, 4, 3, \dots$

ವ್ಯುತ್ಕ್ರಮಗಳು $\frac{1}{6}, \frac{1}{4}, \frac{1}{3}, \dots$

$\frac{1}{4} - \frac{1}{6} = \frac{1}{12}, \frac{1}{3} - \frac{1}{4} = \frac{1}{12}, \dots$

ಶ್ರೇಣಿಯ ವ್ಯುತ್ಕ್ರಮಗಳು ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯಾಗಿವೆ

\therefore ಇದು ಹರಾತ್ಮಕ ಶ್ರೇಣಿ

(vi) $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \dots$

ವ್ಯುತ್ಕ್ರಮಗಳು $1, 2, 4, \dots$

$2 - 1 = 1, 4 - 1 = 3, \dots$

ಶ್ರೇಣಿಯ ವ್ಯುತ್ಕ್ರಮಗಳು ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿ ಅಲ್ಲ

\therefore ಇದು ಹರಾತ್ಮಕ ಶ್ರೇಣಿ ಅಲ್ಲ

2. ಇವುಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

(i) $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{6}, \dots$ ರಲ್ಲಿ T_n (ii) $\frac{1}{7}, \frac{1}{4}, 1, \dots$ ರಲ್ಲಿ T_{10}

(i) $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{6} \dots$ ರಲ್ಲಿ T_n

$$T_n = \frac{1}{a+(n-1)d}$$

$$T_n = \frac{1}{2+(n-1)2}$$

$$T_n = \frac{1}{2+2n-2}$$

$$T_n = \frac{1}{2n}$$

(ii) $\frac{1}{7}, \frac{1}{4}, 1 \dots$ ರಲ್ಲಿ T_{10}

$$T_n = \frac{1}{a+(n-1)d}$$

$$T_{10} = \frac{1}{7+(10-1)(-3)}$$

$$T_{10} = \frac{1}{7+9(-3)}$$

$$T_{10} = \frac{1}{7-27}$$

$$T_{10} = \frac{-1}{20}$$

3. ಹರಾತ್ಮಕ ಶ್ರೇಣಿಯೊಂದರಲ್ಲಿ $T_5 = \frac{1}{12}$ ಮತ್ತು $T_{11} = \frac{1}{15}$, T_{25} ನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಹರಾತ್ಮಕ ಶ್ರೇಣಿಯಲ್ಲಿ $T_5 = \frac{1}{12}$

\Rightarrow ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯಲ್ಲಿ $T_5 = 12 = T_q$

ಹರಾತ್ಮಕ ಶ್ರೇಣಿಯಲ್ಲಿ $T_{11} = \frac{1}{15}$

\Rightarrow ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯಲ್ಲಿ $T_{11} = 15 = T_p$

$$d = \frac{T_p - T_q}{p - q}$$

$$d = \frac{15 - 12}{11 - 5}$$

$$d = \frac{3}{6}$$

$$d = \frac{1}{2}$$

$$T_n = a + (n - 1)d$$

$$12 = a + (5 - 1) \frac{1}{2}$$

$$12 = a + 4 \times \frac{1}{2}$$

$$12 = a + 2$$

$$a = 12 - 2$$

$$a = 10$$

$$\therefore T_{25} = 10 + (25-1) \frac{1}{2}$$

$$T_{25} = 10 + 24 \times \frac{1}{2}$$

$$T_{25} = 10 + 12$$

$$T_{25} = 22$$

\therefore ಹರಾತ್ಮಕ ಶ್ರೇಣಿಯಲ್ಲಿ $T_{25} = \frac{1}{22}$

4. ಹರಾತ್ಮಕ ಶ್ರೇಣಿಯೊಂದರಲ್ಲಿ $T_4 = \frac{1}{11}$ ಮತ್ತು $T_{14} = \frac{3}{23}$, (i) T_7 (ii) T_{19} ನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಹರಾತ್ಮಕ ಶ್ರೇಣಿಯಲ್ಲಿ $T_4 = \frac{1}{11}$

\Rightarrow ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯಲ್ಲಿ $T_4 = 11 = T_q$

ಹರಾತ್ಮಕ ಶ್ರೇಣಿಯಲ್ಲಿ $T_{14} = \frac{3}{23}$

$$\Rightarrow \text{ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯಲ್ಲಿ } T_{14} = \frac{23}{3} = T_p$$

$$d = \frac{T_p - T_q}{p - q}$$

$$d = \frac{\frac{23}{3} - 11}{14 - 4}$$

$$d = \frac{-\frac{10}{3}}{10}$$

$$d = -\frac{1}{3}$$

$$T_n = a + (n - 1)d$$

$$11 = a + (4 - 1) \left(-\frac{1}{3}\right)$$

$$11 = a + 3 \times \left(-\frac{1}{3}\right)$$

$$11 = a - 1$$

$$a = 11 + 1$$

$$a = 12$$

$$(i) T_7 = 12 + (7-1) \left(-\frac{1}{3}\right)$$

$$T_7 = 12 + 6 \times \left(-\frac{1}{3}\right)$$

$$T_7 = 12 - 2$$

$$T_7 = 10$$

$$\Rightarrow \text{ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯಲ್ಲಿ } T_7 = 10$$

$$\therefore \text{ಹರಾತ್ಮಕ ಶ್ರೇಣಿಯಲ್ಲಿ } T_7 = \frac{1}{10}$$

$$(ii) T_{19} = 12 + (19-1) \left(-\frac{1}{3}\right)$$

$$T_{19} = 12 + 18 \times \left(-\frac{1}{3}\right)$$

$$T_{19} = 12 - 6$$

$$T_{19} = 6$$

$$\Rightarrow \text{ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯಲ್ಲಿ } T_{19} = 6$$

$$\therefore \text{ಹರಾತ್ಮಕ ಶ್ರೇಣಿಯಲ್ಲಿ } T_{19} = \frac{1}{6}$$

ಅಭ್ಯಾಸ 2.5

1. ಈ ಮುಂದೆ ನೀಡಿರುವ ಗುಣೋತ್ತರ ಶ್ರೇಣಿಗಳಲ್ಲಿ ಸಾಮಾನ್ಯ ಅನುಪಾತವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

$$(i) -5, 1, \frac{-1}{5}, \dots \quad (ii) \sqrt{3}, 3, 3\sqrt{3}, \dots$$

$$(i) -5, 1, \frac{-1}{5}, \dots$$

$$r = \frac{1}{-5},$$

$$(ii) \sqrt{3}, 3, 3\sqrt{3}, \dots$$

$$r = \frac{3}{\sqrt{3}} = \frac{3\sqrt{3}}{(\sqrt{3})^2} = \frac{3\sqrt{3}}{3} = \sqrt{3}$$

2. ಸೂಚನೆಗಳಂತೆ ಈ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸಿ.

(i) $a = 1$ ಮತ್ತು $r = \frac{2}{3}$ ಆದರೆ (a) T_n (b) T_4 ಇವುಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

(ii) ಗುಣೋತ್ತರ ಶ್ರೇಣಿ 729, 243, 81, ... ರಲ್ಲಿ T_7 ನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

$$(i) (a) T_n = a.r^{n-1}$$

$$T_n = 1 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{n-1}$$

$$T_n = \left(\frac{2}{3}\right)^{n-1}$$

$$(b) T_4 = \left(\frac{2}{3}\right)^{4-1}$$

$$T_4 = \left(\frac{2}{3}\right)^3$$

$$T_4 = \frac{2^3}{3^3}$$

$$T_4 = \frac{8}{27}$$

(ii) ಗುಣೋತ್ತರ ಶ್ರೇಣಿ 729, 243, 81, . . . ರಲ್ಲಿ T_7 ನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ

$$T_n = a.r^{n-1}$$

$$a = 729, r = \frac{243}{729} = \frac{1}{3}$$

$$T_7 = 729 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{7-1}$$

$$T_7 = 729 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^6$$

$$T_7 = 729 \cdot \frac{1^6}{3^6}$$

$$T_7 = 729 \cdot \frac{1}{729}$$

$$T_7 = 1$$

3. 5ನೇ ಪದ 64 ಮತ್ತು ಸಾಮಾನ್ಯ ಅನುಪಾತ 2 ಇರುವ ಗುಣೋತ್ತರ ಶ್ರೇಣಿಯ 12ನೇ ಪದವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

$$T_5 = 64, r = 2, T_{12} = ?$$

$$T_n = a.r^{n-1}$$

$$T_5 = a(2)^{5-1}$$

$$64 = a(2)^4$$

$$64 = 16a$$

$$a = \frac{64}{16}$$

$$a = 4$$

$$T_{12} = 4 \times 2^{12-1}$$

$$T_{12} = 4 \times 2^{11}$$

$$T_{12} = 4 \times 2048$$

$$T_{12} = 8192$$

4. ಇವುಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

(i) ಗುಣೋತ್ತರ ಶ್ರೇಣಿ 256, 128, 64, . . . ಯ 10 ನೇ ಹಾಗೂ 16ನೇ ಪದ

(ii) ಗುಣೋತ್ತರ ಶ್ರೇಣಿ 81, -27, 9, . . . ಯ 8ನೇ ಹಾಗೂ 12ನೇ ಪದ

(iii) ಗುಣೋತ್ತರ ಶ್ರೇಣಿ 0.0008, 0.04, 0.2, . . . ಯ 4 ನೇ 8ನೇ ಪದ

(i) ಗುಣೋತ್ತರ ಶ್ರೇಣಿ 256, 128, 64, . . . ಯ 10 ನೇ ಹಾಗೂ 16ನೇ ಪದ

$$a = 256, r = \frac{128}{256} = \frac{1}{2}$$

$$T_n = a.r^{n-1}$$

$$T_{10} = 256 \times \left(\frac{1}{2}\right)^{10-1}$$

$$T_{10} = 256 \times \left(\frac{1}{2}\right)^9$$

$$T_{10} = 256 \times \frac{1^9}{2^9}$$

$$T_{10} = 256 \times \frac{1}{512}$$

$$T_{10} = \frac{1}{2}$$

$$T_{16} = 256 \times \left(\frac{1}{2}\right)^{16-1}$$

$$T_{16} = 256 \times \left(\frac{1}{2}\right)^{15}$$

$$T_{16} = 256 \times \frac{1}{2^{15}}$$

$$T_{16} = 256 \times \frac{1}{256 \times 2^7}$$

$$T_{16} = \frac{1}{128}$$

Or

$$T_{16} = T_{10} \times r^6$$

$$T_{16} = \frac{1}{2} \times \left(\frac{1}{2}\right)^6$$

$$T_{16} = \frac{1}{2^7}$$

$$T_{16} = \frac{1}{128}$$

(ii) ಗುಣೋತ್ತರ ಶ್ರೇಣಿ 81, -27, 9, ... ಯ 8ನೇ ಹಾಗೂ 12ನೇ ಪದ

$$a = 81, r = \frac{-27}{81} = \frac{-1}{3}$$

$$T_n = a \cdot r^{n-1}$$

$$T_8 = 81 \cdot \left(\frac{-1}{3}\right)^{8-1}$$

$$T_8 = 81 \cdot \left(\frac{-1}{3}\right)^7$$

$$T_8 = 81 \cdot \frac{-1}{3^7}$$

$$T_8 = 3^4 \cdot \frac{-1}{3^7}$$

$$T_8 = \frac{-1}{3^3}$$

$$T_8 = \frac{-1}{27}$$

$$T_{12} = 81 \cdot \left(\frac{-1}{3}\right)^{12-1}$$

$$T_8 = 81 \cdot \left(\frac{-1}{3}\right)^{11}$$

$$T_8 = 81 \cdot \frac{-1}{3^{11}}$$

$$T_8 = 3^4 \cdot \frac{-1}{3^{11}}$$

$$T_8 = \frac{-1}{3^7}$$

$$T_8 = \frac{-1}{2187}$$

or

$$T_{12} = T_8 \times r^4$$

$$T_{12} = \frac{-1}{27} \left(\frac{-1}{3}\right)^4$$

$$T_{12} = \frac{-1}{27} \times \frac{1}{81}$$

$$T_{12} = \frac{-1}{2187}$$

(iv) ಗುಣೋತ್ತರ ಶ್ರೇಣಿ 0.0008, 0.04, 0.2, . . .ಯ 4 ನೇ 8ನೇ ಪದ

$$a = 0.008 = \frac{8}{1000} = \left(\frac{1}{5}\right)^3, r = \frac{0.04}{0.008} = \frac{40}{8} = 5$$

$$T_n = a.r^{n-1}$$

$$T_4 = \left(\frac{1}{5}\right)^3 \times 5^{4-1}$$

$$T_4 = \frac{1}{5^3} \times 5^3$$

$$T_4 = 1$$

$$T_8 = \left(\frac{1}{5}\right)^3 \cdot 5^7$$

$$T_8 = \frac{1}{5^3} \times 5^7$$

$$T_8 = 5^4$$

$$T_8 = 625$$

or

$$T_8 = T_4 \cdot r^4$$

$$T_8 = 1 \cdot 5^4$$

$$T_8 = 625$$

5. ಕೆಳಗೆ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಶ್ರೇಣಿಯ ಕೊನೆಯ ಪದ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

(i) 2, 4, 8, . . . 9ನೇ ಪದದವರೆಗೆ (ii) 4, 4², 4³ . . . 2n ನೇ ಪದದವರೆಗೆ.

(iii) 2, 3, 4 $\frac{1}{2}$, . . . 6ನೇ ಪದದವರೆಗೆ (iv) x, 1, $\frac{1}{x}$, . . . 30ನೇ ಪದದವರೆಗೆ

(i) 2, 4, 8, . . . 9ನೇ ಪದದವರೆಗೆ

$$a = 2, r = \frac{4}{2} = 2$$

$$T_n = a.r^{n-1}$$

$$T_9 = 2 \cdot 2^{9-1}$$

$$T_9 = 2^9$$

$$T_9 = 512$$

(ii) 4, 4², 4³ . . . 2n ನೇ ಪದದವರೆಗೆ.

$$a = 4, r = \frac{4^2}{4} = 4$$

$$T_{2n} = 4 \cdot 4^{2n-1}$$

$$T_{2n} = 4^{2n}$$

(iii) 2, 3, 4 $\frac{1}{2}$, . . . 6ನೇ ಪದದವರೆಗೆ

$$a = 2, r = \frac{3}{2}$$

$$T_n = a.r^{n-1}$$

$$T_6 = 2 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^{6-1}$$

$$T_6 = 2 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^5$$

$$T_6 = 2 \cdot \frac{3^5}{2^5}$$

$$T_6 = \frac{2 \times 243}{32}$$

$$T_6 = \frac{243}{16}$$

(iv) x, 1, $\frac{1}{x}$, . . . 30ನೇ ಪದದವರೆಗೆ

$$a = x, r = \frac{1}{x}$$

$$T_n = a.r^{n-1}$$

$$T_{30} = x \cdot \left(\frac{1}{x}\right)^{30-1}$$

$$T_{30} = x \cdot \left(\frac{1}{x}\right)^{29}$$

$$T_{30} = \frac{x}{x^{29}}$$

$$T_{30} = \frac{1}{x^{28}}$$

6. $T_5 : T_{10} = 32 : 1$ ಮತ್ತು $T_7 = \frac{1}{32}$ ಆದರೆ ಗುಣೋತ್ತರ ಶ್ರೇಣಿಯನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.

$$T_5 : T_{10} = 32 : 1$$

$$\frac{T_{10}}{T_5} = \frac{1}{32}$$

$$\frac{a \cdot r^{10-1}}{a \cdot r^{5-1}} = \frac{1}{32}$$

$$\frac{r^9}{r^4} = \frac{1}{32}$$

$$r^5 = \frac{1}{2^5}$$

$$r = \frac{1}{2}$$

$$T_7 = \frac{1}{32}$$

$$a \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{7-1} = \frac{1}{32}$$

$$a \cdot \frac{1}{2^6} = \frac{1}{32}$$

$$a = \frac{64}{32}$$

$$a = 2$$

$$a = 2, T_2 = a \cdot r = 1; T_3 = T_2 \cdot r = \frac{1}{2}; T_4 = T_3 \cdot r = \frac{1}{4}; T_5 = \frac{1}{8}; T_6 = \frac{1}{16}$$

$$\therefore \text{ಗುಣೋತ್ತರ ಶ್ರೇಣಿ } 2, 1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{1}{16}, \frac{1}{32}$$

7. ರೇಡಿಯೋ ವಿಕಿರಣಶೀಲ ಧಾತುವೊಂದರ ಅರ್ಧಾಯುಷ್ಯ 1ಗಂಟೆ.ಆರಂಭದಲ್ಲಿನ ದ್ರವ್ಯರಾಶಿ 500 ಗ್ರಾಂ ಇದ್ದರೆ 5 ಗಂಟೆಯ ನಂತರ ಅದರ ದ್ರವ್ಯರಾಶಿ ಎಷ್ಟು?

$$a = 500, r = \frac{1}{2}, n = 6 \text{ [5 ಗಂಟೆಯ ನಂತರ ಅಂದರೆ ಮೊದಲ ಪದ ಸೇರಿ 6 ಪದಗಳಾಗುತ್ತವೆ]}$$

$$T_n = a \cdot r^{n-1}$$

$$T_5 = 500 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{6-1}$$

$$T_5 = 500 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^5$$

$$T_5 = 500 \cdot \frac{1}{2^5}$$

$$T_5 = 500 \cdot \frac{1}{32}$$

$$T_5 = \frac{500}{32}$$

$$T_5 = 15.625 \text{ ಗ್ರಾಂ}$$

8. 3, 6, 12, ... ಈ ಶ್ರೇಣಿಯ ಎಷ್ಟನೇ ಪದ 1536 ಆಗಿರುತ್ತದೆ?

$$a = 3, r = \frac{6}{3} = 2, T_n = 1536$$

$$a \cdot r^{n-1} = T_n$$

$$3 \cdot 2^{n-1} = 1536$$

$$2^{n-1} = \frac{1536}{3}$$

$$2^{n-1} = 512$$

$$2^{n-1} = 2^9$$

$$n - 1 = 9$$

$$n = 10$$

9. ಒಂದು ಗುಣೋತ್ತರ ಶ್ರೇಣಿಯ 4ನೇ ಮತ್ತು 8ನೇ ಪದಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ 24 ಮತ್ತು 384 ಆದರೆ, ಮೊದಲನೇ

ಪದ ಮತ್ತು ಸಾಮಾನ್ಯ ಅನುಪಾತ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

$$T_4 = 24; \quad T_8 = 384$$

$$\frac{T_8}{T_4} = \frac{384}{24}$$

$$\frac{a.r^{8-1}}{a.r^{4-1}} = 16$$

$$\frac{r^7}{r^3} = 16$$

$$r^4 = 2^4$$

$$r = 2$$

$$a.r^{n-1} = T_n$$

$$a.2^{4-1} = 24$$

$$a.2^3 = 24$$

$$a = \frac{24}{8}$$

$$a = 3$$

10. ದತ್ತ ಮಾಹಿತಿ ಬಳಸಿ ಗುಣೋತ್ತರ ಶ್ರೇಣಿಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

- (i) 10ನೇ ಪದ 320 ಮತ್ತು 6ನೇ ಪದ 20

- (ii) 2ನೇ ಪದ $\sqrt{6}$ ಮತ್ತು 6ನೇ ಪದ $9\sqrt{6}$

- (i) 10ನೇ ಪದ 320 ಮತ್ತು 6ನೇ ಪದ 20

$$T_{10} = 320 ; \quad T_6 = 20$$

$$\frac{T_{10}}{T_6} = \frac{320}{20}$$

$$\frac{a.r^{10-1}}{a.r^{6-1}} = 16$$

$$\frac{r^9}{r^5} = 16$$

$$r^4 = 2^4$$

$$r = 2$$

$$a.r^{n-1} = T_n$$

$$a.2^{6-1} = 20$$

$$a.2^5 = 20$$

$$a = \frac{20}{32}$$

$$a = \frac{5}{8}$$

$$\text{ಗುಣೋತ್ತರ ಶ್ರೇಣಿ- } \frac{5}{8}, \frac{5}{8} \times 2 = \frac{5}{4}, \frac{5}{4} \times 2 = \frac{5}{2} \dots$$

$$\frac{5}{8}, \frac{5}{4}, \frac{5}{2}, \dots$$

- (ii) 2ನೇ ಪದ $\sqrt{6}$ ಮತ್ತು 6ನೇ ಪದ $9\sqrt{6}$

$$T_6 = 9\sqrt{6} ; \quad T_2 = \sqrt{6}$$

$$\frac{T_6}{T_2} = \frac{9\sqrt{6}}{\sqrt{6}}$$

$$\frac{a.r^{6-1}}{a.r^{2-1}} = 9$$

$$\frac{r^5}{r} = 9$$

$$r^4 = 3^2$$

$$r^2 = 3$$

$$r = \sqrt{3}$$

$$a.r^{n-1} = T_n$$

$$a.(\sqrt{3})^{2-1} = \sqrt{6}$$

$$a.\sqrt{3} = \sqrt{6}$$

$$a = \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{3}}$$

$$a = \sqrt{2}$$

$$\text{ಗುಣೋತ್ತರ ಶ್ರೇಣಿ- } \sqrt{2}, \sqrt{2} \times \sqrt{3} = \sqrt{6}, \sqrt{6} \times \sqrt{3} = \sqrt{12} = 2\sqrt{3} \dots$$

$$\sqrt{2}, \sqrt{6}, 2\sqrt{3}, \dots$$

ಅಭ್ಯಾಸ 2.6

1. ಈ ಮುಂದಿನ ಗುಣೋತ್ತರ ಶ್ರೇಣಿಗಳ ಮೊತ್ತವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

(i) $1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 10$ ಪದಗಳವರೆಗೆ

(ii) $1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \dots + \infty$ ವರೆಗೆ

(i) $1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 10$ ಪದಗಳವರೆಗೆ

$$a = 1, r = \frac{2}{1} = 2, n = 10$$

$$S_n = a \left(\frac{r^n - 1}{r - 1} \right)$$

$$S_{10} = 1 \left(\frac{2^{10} - 1}{2 - 1} \right)$$

$$S_{10} = 1 \left(\frac{2^{10} - 1}{2 - 1} \right)$$

$$S_{10} = \left(\frac{1024 - 1}{1} \right)$$

$$S_{10} = 1023$$

(ii) $1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \dots + \infty$ ವರೆಗೆ

$$a = 1, r = \frac{\frac{1}{9}}{\frac{1}{3}} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}; n = \infty$$

$$S_{\infty} = \frac{a}{1 - r}$$

$$S_{\infty} = \frac{1}{1 - \frac{1}{3}}$$

$$S_{\infty} = \frac{1}{\frac{2}{3}}$$

$$S_{\infty} = \frac{3}{2}$$

2. $S_8 = 510$ ಮತ್ತು $r = 2$ ಇರುವ ಗುಣೋತ್ತರ ಶ್ರೇಣಿಯೊಂದರ ಮೊದಲ ಪದವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

$$a \left(\frac{r^n - 1}{r - 1} \right) = S_n$$

$$a \left(\frac{2^8 - 1}{2 - 1} \right) = 510$$

$$a \left(\frac{256 - 1}{1} \right) = 510$$

$$255a = 510$$

$$a = \frac{510}{255}$$

$$a = 2$$

3. ಈ ಗುಣೋತ್ತರ ಶ್ರೇಣಿಯ ಮೊತ್ತವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

(i) $1 + 2 + 4 + \dots + 512$

(ii) $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{2^{10}}$

(i) $1 + 2 + 4 + \dots + 512$

$a = 1, r = 2, T_n = 512$

$T_n = a \cdot r^{n-1}$

$512 = 1 \cdot 2^{n-1}$

$2^9 = 2^{n-1}$

$n - 1 = 9$

$n = 10$

$S_n = a \left(\frac{r^n - 1}{r - 1} \right)$

$S_{10} = 1 \left(\frac{2^{10} - 1}{2 - 1} \right)$

$S_{10} = \left(\frac{1024 - 1}{1} \right)$

$S_{10} = 1023$

(ii) $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{2^{10}}$

$a = \frac{1}{2}, r = \frac{\frac{1}{4}}{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}, n = 10$

$S_n = a \left(\frac{1 - r^n}{1 - r} \right)$

$S_{10} = \frac{1}{2} \left(\frac{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{10}}{1 - \frac{1}{2}} \right)$

$S_{10} = \frac{1}{2} \left(\frac{1 - \frac{1}{2^{10}}}{\frac{1}{2}} \right)$

$S_{10} = \frac{2}{1} \times \frac{1}{2} \left(\frac{2^{10} - 1}{2^{10}} \right)$

$S_{10} = 1 \left(\frac{1024 - 1}{1024} \right)$

$S_{10} = \frac{1023}{1024}$

4. $2 + 4 + 8 + \dots$ ಶ್ರೇಣಿಯ ಎಷ್ಟು ಪದಗಳ ಮೊತ್ತ 1022 ಆಗುವುದು?

$a = 2, r = 2, S_n = 1022$

$S_n = a \left(\frac{r^n - 1}{r - 1} \right)$

$2 \left(\frac{2^n - 1}{2 - 1} \right) = 1022$

$2 \left(\frac{2^n - 1}{1} \right) = 1022$

$2^{n+1} - 2 = 1022$

$2^{n+1} = 1024$

$2^{n+1} = 2^{10}$

$n + 1 = 10$

$n = 9$

5. ಇವುಗಳನ್ನು ಕಂಡಹುಡುಕಿ.

(i) $5 + 10 + 20 + \dots$ ಶ್ರೇಣಿಯಲ್ಲಿ $S_2 : S_4$

(ii) $4 + 12 + 36 + \dots$ ಶ್ರೇಣಿಯಲ್ಲಿ $S_4 : S_8$

(i) $5 + 10 + 20 + \dots$ ಶ್ರೇಣಿಯಲ್ಲಿ $S_2 : S_4$

$\frac{S_2}{S_4} = \frac{a \left(\frac{r^2 - 1}{r - 1} \right)}{a \left(\frac{r^4 - 1}{r - 1} \right)}$

$$\begin{aligned}\frac{S_2}{S_4} &= \frac{r^2-1}{r^4-1} \\ \frac{S_2}{S_4} &= \frac{r^2-1}{(r^2+1)(r^2-1)} \\ \frac{S_2}{S_4} &= \frac{1}{r^2+1} \\ \frac{S_2}{S_4} &= \frac{1}{2^2+1} \\ \frac{S_2}{S_4} &= \frac{1}{4+1} \\ \frac{S_2}{S_4} &= \frac{1}{5} \\ S_2:S_4 &= 1:5\end{aligned}$$

Alternate:

$$\begin{aligned}S_n:S_{2n} &= 1:1+r^n \\ S_2:S_4 &= 1:1+2^2 \\ S_2:S_4 &= 1:1+4 \\ S_2:S_4 &= 1:5\end{aligned}$$

(ii) $4 + 12 + 36 + \dots$ ಶ್ರೇಣಿಯಲ್ಲಿ $S_4:S_8$

$$\begin{aligned}\frac{S_4}{S_8} &= \frac{a\left(\frac{r^4-1}{r-1}\right)}{a\left(\frac{r^8-1}{r-1}\right)} \\ \frac{S_4}{S_8} &= \frac{r^4-1}{r^8-1} \\ \frac{S_4}{S_8} &= \frac{r^4-1}{(r^4+1)(r^4-1)} \\ \frac{S_4}{S_8} &= \frac{1}{r^4+1} \\ \frac{S_4}{S_8} &= \frac{1}{3^4+1} \\ \frac{S_4}{S_8} &= \frac{1}{81+1} \\ \frac{S_4}{S_8} &= \frac{1}{82} \\ S_4:S_8 &= 1:82\end{aligned}$$

Alternate:

$$\begin{aligned}S_n:S_{2n} &= 1:1+r^n \\ S_4:S_8 &= 1:1+3^4 \\ S_4:S_8 &= 1:1+81 \\ S_4:S_8 &= 1:82\end{aligned}$$

6. ಇವುಗಳ ಗುಣೋತ್ತರ ಶ್ರೇಣಿಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

(i) $S_6:S_3 = 126:1$ ಮತ್ತು $T_4 = 125$ (ii) $S_{10}:S_5 = 33:32$ ಮತ್ತು $T_5 = 64$

(i) $S_6:S_3 = 126:1$ ಮತ್ತು $T_4 = 125$

$$\begin{aligned}\frac{S_6}{S_3} &= \frac{a\left(\frac{r^6-1}{r-1}\right)}{a\left(\frac{r^3-1}{r-1}\right)} \\ \frac{126}{1} &= \frac{r^6-1}{r^3-1} \\ 126 &= \frac{(r^3+1)(r^3-1)}{(r^3-1)} \\ 126 &= (r^3+1) \\ r^3 &= 126-1 \\ r^3 &= 125 \\ r^3 &= 5^3\end{aligned}$$

SSLC - Mathematics Progression

$$r = 5$$

$$a \cdot 5^{4+1} = 125$$

$$a \cdot 5^3 = 125$$

$$a = \frac{125}{125}$$

$$a = 1$$

∴ ಗುಣೋತ್ತರ ಶ್ರೇಣಿ- 1, 5, 25, 125

(ii) $S_{10} : S_5 = 33 : 32$ ಮತ್ತು $T_5 = 64$

$$\frac{S_{10}}{S_5} = \frac{a \left(\frac{r^{10}-1}{r-1} \right)}{a \left(\frac{r^5-1}{r-1} \right)}$$

$$\frac{33}{32} = \frac{r^{10}-1}{r^5-1}$$

$$\frac{33}{32} = r^5 + 1$$

$$r^5 = \frac{33}{32} - 1$$

$$r^5 = \frac{33-32}{32}$$

$$r^5 = \frac{1}{32}$$

$$r^5 = \left(\frac{1}{2} \right)^5$$

$$r = \frac{1}{2}$$

$$a \left(\frac{1}{2} \right)^{5-1} = 64$$

$$a \left(\frac{1}{2} \right)^4 = 64$$

$$\frac{a}{16} = 64$$

$$a = 64 \times 16$$

$$a = 1024$$

∴ ಗುಣೋತ್ತರ ಶ್ರೇಣಿ- 1024, 512, 256, 128, 64

7. ಒಂದು ಅಪರಿಮಿತ ಗುಣೋತ್ತರ ಶ್ರೇಣಿಯ ಮೊದಲ ಪದ 6 ಮತ್ತು ಅದರ ಮೊತ್ತ 8 ಆದರೆ, ಗುಣೋತ್ತರ ಶ್ರೇಣಿಯನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.

$$a = 6, S_{\infty} = 8$$

$$S_{\infty} = \frac{a}{1-r}$$

$$8 = \frac{6}{1-r}$$

$$1-r = \frac{6}{8}$$

$$r = 1 - \frac{3}{4}$$

$$r = \frac{1}{4}$$

∴ ಗುಣೋತ್ತರ ಶ್ರೇಣಿ- 6, $6 \times \frac{1}{4} = \frac{3}{2}$, $\frac{3}{2} \times \frac{1}{4} = \frac{3}{8}$. . .

∴ ಗುಣೋತ್ತರ ಶ್ರೇಣಿ- 6, $\frac{3}{2}$, $\frac{3}{8}$. . .

8. ಕ್ರಮವಾಗಿ ಮೊತ್ತ ಮತ್ತು ಗುಣಲಬ್ಧ (i) 7 ಮತ್ತು 8 (ii) 21 ಮತ್ತು 216 (iii) 19 ಮತ್ತು 216 ಇರುವಂತೆ ಗುಣೋತ್ತರ ಶ್ರೇಣಿಯ 3 ಪದಗಳನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.

(i) 7 ಮತ್ತು 8

SSLC - Mathematics Progression

ಗುಣೋತ್ತರ ಶ್ರೇಣಿಯ ಮೂರು ಪದಗಳು- $\frac{a}{r}$, a , ar

$$\frac{a}{r} \times a \times ar = 8$$

$$a^3 = 2^3$$

$$a = 2 \text{ ----- (1)}$$

$$\frac{2}{r} + 2 + 2r = 7$$

$$2 + 2r + 2r^2 = 7r$$

$$2r^2 - 5r + 2 = 0$$

$$2r^2 - 4r - r + 2 = 0$$

$$2r(r-2) - 1(r-2) = 0$$

$$(r-2)(2r-1) = 0$$

$$r=2 \text{ ಮತ್ತು } r = \frac{1}{2}$$

\therefore ಮೂರು ಪದಗಳು $-\frac{2}{2}, 2, 2 \times 2 \Rightarrow 1, 2, 4 \dots$ ಅಥವಾ $4, 2, 1$

(ii) 21 ಮತ್ತು 216

ಗುಣೋತ್ತರ ಶ್ರೇಣಿಯ ಮೂರು ಪದಗಳು- $\frac{a}{r}$, a , ar

$$\frac{a}{r} \times a \times ar = 216$$

$$a^3 = 6^3$$

$$a = 6 \text{ ----- (1)}$$

$$\frac{6}{r} + 6 + 6r = 21$$

$$6 + 6r + 6r^2 = 21r$$

$$6r^2 - 15r + 6 = 0$$

$$2r^2 - 5r + 2 = 0$$

$$2r^2 - 5r + 2 = 0$$

$$2r^2 - 4r - r + 2 = 0$$

$$2r(r-2) - 1(r-2) = 0$$

$$(r-2)(2r-1) = 0$$

$$r=2 \text{ ಮತ್ತು } r = \frac{1}{2}$$

\therefore ಮೂರು ಪದಗಳು $-\frac{6}{2}, 6, 6 \times 2 \Rightarrow 3, 6, 12 \dots$ ಅಥವಾ $12, 6, 3$

(iii) 19 ಮತ್ತು 216

$$\frac{a}{r} \times a \times ar = 216$$

$$a^3 = 6^3$$

$$a = 6 \text{ ----- (1)}$$

$$\frac{6}{r} + 6 + 6r = 19$$

$$6 + 6r + 6r^2 = 19r$$

$$6r^2 - 13r + 6 = 0$$

$$6r^2 - 9r - 4r + 6 = 0$$

$$3r(2r-3) - 2(2r-3) = 0$$

$$(2r-3)(3r-2) = 0$$

$$(2r-3) = 0 \text{ ಅಥವಾ } (3r-2) = 0$$

$$r = \frac{3}{2} \text{ ಅಥವಾ } r = \frac{2}{3}$$

∴ ಮೂರು ಪದಗಳು $-6x^{\frac{2}{3}}, 6, 6x^{\frac{3}{2}} \Rightarrow 4, 6, 9 \dots$ ಅಥವಾ 9, 6, 4

9. ವ್ಯಕ್ತಿಯೊಬ್ಬನು ಪ್ರತಿ ವರ್ಷ ತಾನು ಹಿಂದಿನ ವರ್ಷ ಉಳಿಸಿದ ಮೊತ್ತದ ಅರ್ಧದಷ್ಟನ್ನು ಉಳಿಸುತ್ತಿದ್ದನು. ಅವನು 5 ವರ್ಷಗಳಲ್ಲಿ ಉಳಿಸಿದ ಹಣ ರೂ 19,375 ಆದರೆ, ಮೊದಲ ವರ್ಷ ಉಳಿಸಿದ ಹಣ ಎಷ್ಟು?

$$a = ?, r = \frac{1}{2}, n = 5, S_5 = 19,375$$

$$S_n = a \left(\frac{1-r^n}{1-r} \right)$$

$$S_5 = a \left[\frac{1-\left(\frac{1}{2}\right)^5}{1-\frac{1}{2}} \right]$$

$$19,375 = a \left[\frac{1-\frac{1}{32}}{\frac{1}{2}} \right]$$

$$19,375 = 2a \left[\frac{32-1}{32} \right]$$

$$19,375 = a \left[\frac{31}{16} \right]$$

$$16 \times 19,375 = 31a$$

$$a = \frac{16 \times 19,375}{31}$$

$$a = 10,000$$

ಅಭ್ಯಾಸ 2.7

1. ಇವುಗಳ ನಡುವಿನ ಸಮಾಂತರ ಮಾಧ್ಯ, ಗುಣೋತ್ತರ ಮಾಧ್ಯ ಹಾಗೂ ಹರಾತ್ಮಕ ಮಾಧ್ಯಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

(i) 12 ಮತ್ತು 30 (ii) $\frac{1}{2}$ ಮತ್ತು $\frac{1}{8}$ (iii) -8 ಮತ್ತು -42 (iv) 9 ಮತ್ತು 18

(i) 12 ಮತ್ತು 30

ಸಮಾಂತರ ಮಾಧ್ಯ: $A = \frac{a+b}{2} = \frac{12+30}{2} = \frac{42}{2} = 21$

ಗುಣೋತ್ತರ ಮಾಧ್ಯ: $G = \sqrt{ab} = \sqrt{12 \times 30} = \sqrt{360} = 6\sqrt{10}$

ಹರಾತ್ಮಕ ಮಾಧ್ಯ: $H = \frac{2ab}{a+b} = \frac{2 \times 12 \times 30}{12+30} = \frac{720}{42} = \frac{120}{7}$

(ii) $\frac{1}{2}$ ಮತ್ತು $\frac{1}{8}$

$x = \frac{(a+b)^2 + (a-b)^2}{2}$ ಸಮಾಂತರ ಮಾಧ್ಯ: $A = \frac{a+b}{2} = \frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{8}}{2} = \frac{\frac{4+1}{8}}{2} = \frac{5}{8} = \frac{5}{16}$

ಗುಣೋತ್ತರ ಮಾಧ್ಯ: $G = \sqrt{ab} = \sqrt{\frac{1}{2} \times \frac{1}{8}} = \sqrt{\frac{1}{16}} = \frac{1}{\sqrt{16}} = \frac{1}{4}$

ಹರಾತ್ಮಕ ಮಾಧ್ಯ: $H = \frac{2ab}{a+b} = \frac{2 \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{8}}{\frac{1}{2} + \frac{1}{8}} = \frac{\frac{1}{8}}{\frac{5}{8}} = \frac{1}{8} \times \frac{8}{5} = \frac{1}{5}$

(iii) -8 ಮತ್ತು -14

ಸಮಾಂತರ ಮಾಧ್ಯ: $A = \frac{a+b}{2} = \frac{-8-14}{2} = \frac{-22}{2} = -11$

ಗುಣೋತ್ತರ ಮಾಧ್ಯ: $G = \sqrt{ab} = \sqrt{-8 \times (-14)} = \sqrt{112} = \sqrt{16 \times 7} = 4\sqrt{7}$

$$\text{ಹರಾತ್ಮಕ ಮಾಧ್ಯ: } H = \frac{2ab}{a+b} = \frac{2(-8)(-42)}{-8-42} = \frac{672}{-50} = \frac{-336}{25}$$

(iv) 9 ಮತ್ತು 18

$$\text{ಸಮಾಂತರ ಮಾಧ್ಯ: } A = \frac{a+b}{2} = \frac{9+18}{2} = \frac{27}{2}$$

$$\text{ಗುಣೋತ್ತರ ಮಾಧ್ಯ: } G = \sqrt{ab} = \sqrt{9 \times 18} = \sqrt{142} = \sqrt{81 \times 2} = 9\sqrt{2}$$

$$\text{ಹರಾತ್ಮಕ ಮಾಧ್ಯ: } H = \frac{2ab}{a+b} = \frac{2(9)(18)}{9+18} = \frac{324}{27} = 12$$

2. 5, 8, x ಗಳು ಹರಾತ್ಮಕ ಶ್ರೇಣಿಯಲ್ಲಿದ್ದರೆ, x ನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

$$H = \frac{2ab}{a+b}$$

$$8 = \frac{2(5)(x)}{5+x} \Rightarrow 8 = \frac{10x}{5+x} \Rightarrow 8(5+x) = 10x$$

$$\Rightarrow 40 + 8x = 10x \Rightarrow 2x = 40 \Rightarrow x = 20$$

3. ಇವುಗಳ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯಲ್ಲಿದ್ದರೆ x' ನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

(i) 5, (x-1), 0 (ii) (a + b)², x, (a - b)²

(i) 5, (x-1), 0

$$A = \frac{a+b}{2} \Rightarrow (x-1) = \frac{5+0}{2}$$

$$\Rightarrow x-1 = \frac{5}{2}$$

$$\Rightarrow x = \frac{5}{2} + 1$$

$$\Rightarrow x = \frac{5+2}{2} = \frac{7}{2}$$

(ii) (a + b)², x, (a - b)²

$$A = \frac{a+b}{2}$$

$$x = \frac{a^2+b^2+2ab+a^2+b^2-2ab}{2}$$

$$x = \frac{2a^2+2b^2}{2}$$

$$x = a^2 + b^2$$

4. ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧ 119 ಮತ್ತು ಅವುಗಳ ಸಮಾಂತರ ಮಾಧ್ಯ 12. ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

$$ab = 119, \frac{a+b}{2} = 12$$

$$\frac{a+b}{2} = 12 \Rightarrow a + b = 24$$

$$\Rightarrow b = 24 - a$$

$$ab = 119$$

$$a(24 - a) = 119$$

$$24a - a^2 = 119$$

$$a^2 - 24a + 119 = 0$$

$$a^2 - 17a - 7a + 119 = 0$$

$$a(a - 17) - 7(a - 17) = 0$$

$$(a - 17)(a - 7) = 0$$

$$\Rightarrow a = 17 \text{ ಮತ್ತು } a = 7$$

5. $\sqrt{2}$, x , $\frac{1}{\sqrt{2}}$ ಗಳು ಗುಣೋತ್ತರ ಶ್ರೇಣಿಯಲ್ಲಿದ್ದರೆ 'x'ನ ಬೆಲೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

$$G = \sqrt{ab}$$

$$x = \sqrt{ab}$$

$$x^2 = ab$$

$$x^2 = \sqrt{2} \times \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$x^2 = 1$$

$$x = 1$$

6. ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಸಮಾಂತರ ಮಾಧ್ಯ 17 ಮತ್ತು ಅವುಗಳ ಗುಣೋತ್ತರ ಮಾಧ್ಯ 15, ಆ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

$$A = \frac{a+b}{2} = 17, G = \sqrt{ab} = 15$$

$$\frac{a+b}{2} = 17$$

$$\Rightarrow a + b = 34$$

$$b = 34 - a \text{ -----(1)}$$

$$\sqrt{ab} = 15$$

$$\Rightarrow ab = 225$$

$$\Rightarrow a(34 - a) = 225 \text{ [(1) ರಿಂದ]}$$

$$\Rightarrow 34a - a^2 = 225$$

$$\Rightarrow a^2 - 34a + 225 = 0$$

$$\Rightarrow a^2 - 25a - 9a + 225 = 0$$

$$\Rightarrow a(a - 25) - 9(a - 25) = 0$$

$$\Rightarrow (a - 25)(a - 9) = 0$$

$$\Rightarrow a = 25 \text{ ಅಥವಾ } a = 9$$

$$\therefore b = 34 - 25 = 9 \text{ ಅಥವಾ } b = 34 - 9 = 25$$

$$\therefore \text{ಸಂಖ್ಯೆಗಳು } 9 \text{ ಮತ್ತು } 25$$

7. ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಸಮಾಂತರ ಮಾಧ್ಯ $\frac{13}{2}$ ಮತ್ತು ಅವುಗಳ ಗುಣೋತ್ತರ ಮಾಧ್ಯ 6. ಅವುಗಳ ಹರಾತ್ಯಕ ಮಾಧ್ಯವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

$$A = \frac{a+b}{2} = \frac{13}{2}, G = \sqrt{ab} = 6$$

$$\frac{a+b}{2} = \frac{13}{2}$$

$$\Rightarrow a + b = 13$$

$$\sqrt{ab} = 6$$

$$\Rightarrow ab = 36$$

$$H = \frac{2ab}{a+b}$$

$$H = \frac{2 \times 36}{13}$$

$$H = \frac{72}{13}$$