

SSLC CLASS NOTES: PERMUTATION AND COMBINATION

ಅಧ್ಯಾಯ - 4  
ಕ್ರಮಯೋಜನೆ  
ಮತ್ತು  
ವಿಕಲ್ಪ

Yakub koyyur

GHS Nada, Belthangady tq,D.K.-574214 Email: yhokkoila@gmail.com  
Yakub koyyur, GHS Nada.Belthangady Taluk,D.K.-574214,Email:yhokkila@gmail.com

## ಎಣಿಕೆಯ ಮೂಲತತ್ವ:

ಒಂದು ಚಟುವಟಿಕೆಯನ್ನು 'm' ವಿವಿಧ ರೀತಿಗಳಲ್ಲಿ ಮತ್ತು ಮೊದಲನೇಯ ಚಟುವಟಿಕೆಗಳಿಗೆ ಪುರಕವಾಗುವಂತೆ ಎರಡನೇ ಚಟುವಟಿಕೆಯನ್ನು 'n,ವಿವಿಧ ರೀತಿಗಳಲ್ಲಿ ಮಾಡಬಹುದಾದರೆ, ಎರಡೂ ಚಟುವಟಿಕೆಗಳನ್ನು, ಒಟ್ಟಾಗಿ (mxn) ವಿವಿಧ ರೀತಿಗಳಲ್ಲಿ ಮಾಡಬಹುದು.

### ಅಭ್ಯಾಸ 4.1

1. ಅಂಕಿಗಳು ಪುನರಾವರ್ತನೆಯಾಗದಂತೆ 1, 2, 3, 4, 5, 6 ಅಂಕಿಗಳನ್ನು ಬಳಸಿ 3-ಅಂಕಿಗಳ ಎಷ್ಟು ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ರಚಿಸಬಹುದು?

ನೂರು	ಹತ್ತು	ಬಿಡಿ
4	5	6

ಒಟ್ಟು ಸಂಖ್ಯೆಗಳು =  $4 \times 5 \times 6 = 120$

[ ವಿವರಣೆ:3- ಅಂಕಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಬೇಕಾಗಿರುವುದರಿಂದ ಬಿಡಿ,ಹತ್ತು ಮತ್ತು ನೂರರ ಸ್ಥಾನಗಳನ್ನು ಭರ್ತಿಗೊಳಿಸಬೇಕಿದೆ. ಒಟ್ಟು 6-ಅಂಕಿಗಳಿರುವುದರಿಂದ ಮೊದಲಿಗೆ ಬಿಡಿಸ್ಥಾನವನ್ನು 6- ವಿಧಗಳಲ್ಲಿಯೂ ಹಾಗೂ ಹತ್ತರ ಸ್ಥಾನವನ್ನು ಉಳಿದ 5 -ಅಂಕಿಗಳಿಂದ 5 -ವಿಧಗಳಲ್ಲಿಯೂ ಹಾಗೂ ನೂರರ ಸ್ಥಾನವನ್ನು ಉಳಿದ 4 ಅಂಕಿಗಳಿಂದ 4-ವಿಧಗಳಲ್ಲಿಯೂ ಭರ್ತಿಗೊಳಿಸಬಹುದು.]

2. ಅಂಕಿಗಳು ಪುನರಾವರ್ತನೆಯಾಗದಂತೆ 3, 5, 7, 8, 9 ಅಂಕಿಗಳನ್ನು ಬಳಸಿ , 3- ಅಂಕಿಗಳ ಎಷ್ಟು ಸಮಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ರಚಿಸಬಹುದು?

ನೂರು	ಹತ್ತು	ಬಿಡಿ
3	4	1

ಒಟ್ಟು ಸಂಖ್ಯೆಗಳು =  $3 \times 4 \times 1 = 12$

[ ವಿವರಣೆ: 3-ಅಂಕಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಬೇಕಾಗಿರುವುದರಿಂದ ಬಿಡಿ,ಹತ್ತು ಮತ್ತು ನೂರರ ಸ್ಥಾನಗಳನ್ನು ಭರ್ತಿಗೊಳಿಸಬೇಕಿದೆ. ಸಮ ಸಂಖ್ಯೆ ರಚಿಸಬೇಕಾದರೆ ಬಿಡಿಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿ ಸಮಸಂಖ್ಯೆ ಇರಲೇಬೇಕು. ಆದ್ದರಿಂದ ದತ್ತ ಅಂಕಿಗಳಲ್ಲಿ 1 -ಅಂಕಿ ಮಾತ್ರ ಸಮಸಂಖ್ಯೆ ಇರುವುದರಿಂದ ಅದರಿಂದ ಮೊದಲು ಬಿಡಿ ಸ್ಥಾನವನ್ನು

ಭರ್ತಿಗೊಳಿಸುವುದು. ಹಾಗೂ ಹತ್ತರ ಸ್ಥಾನವನ್ನು ಉಳಿದ 4 -ಅಂಕಿಗಳಿಂದ 4 -ವಿಧಗಳಲ್ಲಿಯೂ ಹಾಗೂ ನೂರರ ಸ್ಥಾನವನ್ನು ಉಳಿದ 3 ಅಂಕಿಗಳಿಂದ 3-ವಿಧಗಳಲ್ಲಿಯೂ ಭರ್ತಿಗೊಳಿಸಬಹುದು.]

3. ಯಾವುದೇ ಅಕ್ಷರವು ಪುನರಾವರ್ತನೆಯಾಗದಂತೆ ಇಂಗ್ಲಿಷ್ ವರ್ಣಮಾಲೆಯ ಮೊದಲ 10 ಅಕ್ಷರಗಳನ್ನು ಬಳಸಿ 3 ಅಕ್ಷರಗಳ ಸಂಕೇತಗಳನ್ನು (**letter code**) ಎಷ್ಟು ವಿಧಗಳಲ್ಲಿ ರಚಿಸಬಹುದು?

10	9	8
----	---	---

ಒಟ್ಟು ಸಂಕೇತಗಳು =  $10 \times 9 \times 8 = 720$

4. ಸಂಖ್ಯೆ 65ರಿಂದ ಆರಂಭಿಸಿ ಒಂದು ಸಲಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚು ಬಾರಿ ಕಾಣಿಸಿಕೊಳ್ಳದಂತೆ 0 ಯಿಂದ 9 ಅಂಕಿಗಳನ್ನು ಒಳಗೊಂಡ 5 ಅಂಕಿಗಳ ಎಷ್ಟು ಟೆಲಿಫೋನ್ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ರಚಿಸಬಹುದು?

1ನೇ ಸ್ಥಾನ	2ನೇ ಸ್ಥಾನ	3ನೇ ಸ್ಥಾನ	4ನೇ ಸ್ಥಾನ	5ನೇ ಸ್ಥಾನ
1	1	8	7	6

ಒಟ್ಟು ಸಂಖ್ಯೆಗಳು =  $1 \times 1 \times 8 \times 7 \times 6 = 336$

[ ವಿವರಣೆ: 5-ಅಂಕಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಬೇಕಾಗಿದೆ. ಆದರೆ ಮೊದಲ ಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿ 6 ಮತ್ತು 2ನೇ ಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿ 5-ಇರಲೇಬೇಕು. ಆದ್ದರಿಂದ ಅವುಗಳನ್ನು 1,1 ವಿಧದಲ್ಲಿ ಭರ್ತಿಗೊಳಿಸಬಹುದು. ಉಳಿದ 8 -ಅಂಕಿಗಳಿಂದ 3ನೇ ಸ್ಥಾನವನ್ನು 8-ವಿಧಗಳಲ್ಲಿಯೂ; 4ನೇ ಸ್ಥಾನವನ್ನು ಉಳಿದ 7 ಅಂಕಿಗಳಿಂದ 7 ವಿಧಗಳಲ್ಲಿಯೂ ಹಾಗೂ 5ನೇ ಸ್ಥಾನವನ್ನು ಉಳಿದ 6 ಅಂಕಿಗಳಿಂದ 6-ವಿಧಗಳಲ್ಲಿಯೂ ಭರ್ತಿಗೊಳಿಸಬಹುದು.]

5. ಒಂದು ನಾಣ್ಯವನ್ನು 3 ಬಾರಿ ಚಿಮ್ಮಿದಾಗ, ಬರುವ ಫಲಿತಾಂಶವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

1ನೇ ಬಾರಿ	2ನೇ ಬಾರಿ	3ನೇ ಬಾರಿ
2	2	2

ಒಟ್ಟು ಫಲಿತಾಂಶಗಳು =  $2 \times 2 \times 2 = 8$

[ ವಿವರಣೆ: ಪ್ರತಿ ಬಾರಿ ಚಿಮ್ಮಿದಾಗಲೂ ಶಿರ ಅಥವಾ ಪುಚ್ಚ ಮೇಲಕ್ಕೆ ಬರುವ ಎರಡು ಸಾಧ್ಯತೆಗಳಿರುತ್ತವೆ.]

6. ವಿವಿಧ ಬಣ್ಣಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ 5 ಬಾವುಟಗಳನ್ನು ಕೊಡಲಾಗಿದೆ. ಎರಡು ಬಾವುಟಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಸಂಜ್ಞೆಯಲ್ಲೂ, ಒಂದರ ಕೆಳಗೊಂದು ಬಾವುಟ ಬರುವಂತೆ, ಎಷ್ಟು ವಿಭಿನ್ನ ಸಂಜ್ಞೆಗಳನ್ನು ನಿರ್ಮಾಣ ಮಾಡಬಹುದು?

1ನೇ ಬಾವುಟ	2ನೇ ಬಾವುಟ
5	4

ಒಟ್ಟು ಸಂಜ್ಞೆಗಳು =  $5 \times 4 = 20$

**ಕ್ರಮಯೋಜನೆ:** ವಸ್ತುಗಳನ್ನು ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಕ್ರಮದಲ್ಲಿ ಜೋಡನೆ ಮಾಡುವುದು.

**ವಿಕಲ್ಪ:** ವಸ್ತುಗಳ ಕ್ರಮವನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸದೆ ಆಯ್ಕೆಯಲ್ಲಿ ಮಾಡುವುದು.

## ಅಭ್ಯಾಸ 4.2

1. ಕ್ರಮಯೋಜನೆ ಮತ್ತು ವಿಕಲ್ಪಗಳ ಉದಾಹರಣೆಗಳನ್ನು ಕೆಳಗೆ ಕೊಡಲಾಗಿದೆ. ಅವುಗಳನ್ನು ಕ್ರಮಯೋಜನೆ ಮತ್ತು ವಿಕಲ್ಪಗಳ ಉದಾಹರಣೆಗಳಾಗಿ ವಿಂಗಡಿಸಿ.
  1. 12 ವ್ಯಕ್ತಿಗಳಿರುವ ಗುಂಪಿನಿಂದ 5 ಸದಸ್ಯರ ಒಂದು ಸಮಿತಿಯನ್ನು ಆರಿಸಬೇಕಾಗಿದೆ.-ವಿಕಲ್ಪ
  2. ಐದು ವಿವಿಧ ವಿಷಯಗಳ ಪುಸ್ತಕಗಳನ್ನು ಒಂದು ಕಪಾಟಿನಲ್ಲಿ ಜೋಡಿಸಬೇಕಾಗಿದೆ.  
ಕ್ರಮಯೋಜನೆ
  3. 8 ಕುರ್ಚಿಗಳಲ್ಲಿ 8 ವ್ಯಕ್ತಿಗಳು ಕುಳಿತುಕೊಳ್ಳಬೇಕಾಗಿದೆ.- ಕ್ರಮಯೋಜನೆ
  4. 7 ಸದಸ್ಯರಿರುವ ಒಂದು ಸಮಿತಿಯಿಂದ, ಒಬ್ಬ ಅಧ್ಯಕ್ಷರು, ಒಬ್ಬ ಕಾರ್ಯದರ್ಶಿಗಳು ಮತ್ತು ಒಬ್ಬ ಖಜಾಂಚಿಯನ್ನು ಆಯ್ಕೆ ಮಾಡಬೇಕಾಗಿದೆ.- ಕ್ರಮಯೋಜನೆ
  5. ಮಕ್ಕಳ ಉಡುಪಿನ ಅಂಗಡಿಯ ಮಾಲಿಕರ ಬಳಿ 10 ವಿವಿಧ ಡಿಸೈನ್ ನ ಫ್ರಾಕ್ ಗಳಿವೆ ಮತ್ತು ಅವುಗಳಲ್ಲಿ 3 ಫ್ರಾಕ್ ಗಳನ್ನು ಅಂಗಡಿಯ ಮುಂದಿನ ಕಿಟಕಿಯಲ್ಲಿ ಪ್ರದರ್ಶನ ಮಾಡಬೇಕಾಗಿದೆ.  
ಕ್ರಮಯೋಜನೆ
  6. 'ARITHMETIC' ಈ ಪದದ ಅಕ್ಷರಗಳಿಂದ 3 ಅಕ್ಷರಗಳುಳ್ಳ ಪದವನ್ನು ಮಾಡಬೇಕಾಗಿದೆ.  
ಕ್ರಮಯೋಜನೆ
  7. 12 ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿರುವ ಒಂದು ಪ್ರಶ್ನೆ ಪತ್ರಿಕೆಯಲ್ಲಿ, ಮೊದಲ 2 ಪ್ರಶ್ನೆಗಳನ್ನು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಖಡ್ಡಾಯವಾಗಿ ಉತ್ತರಿಸಬೇಕು ಮತ್ತು ಉಳಿದವುಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವುದಾದರೂ 8ನ್ನು ಆರಿಸಿಕೊಳ್ಳುವುದು. - ವಿಕಲ್ಪ

8. ಒಂದು ಪೆಟ್ಟಿಗೆಯಲ್ಲಿ 5 ಕಪ್ಪು 7ಬಿಳಿ ಚೆಂಡುಗಳಿವೆ. ಅವುಗಳಿಂದ 2 ಕಪ್ಪು ಮತ್ತು 1 ಬಿಳಿ ಇರುವಂತೆ 3 ಚೆಂಡುಗಳನ್ನು ತೆಗೆಯಬೇಕಾಗಿದೆ.- ವಿಕಲ್ಪ
9. 1, 3, 5, 7, 9 ಅಂಕಗಳಿಂದ, ಪುನರಾವರ್ತನೆಯಾಗದಂತೆ 3-ಅಂಕಿ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ರಚಿಸಬೇಕಾಗಿದೆ.- ಕ್ರಮಯೋಜನೆ
10. ವೃತ್ತಾಕಾರದ ಕೀಲಿ ರಿಂಗಿನಲ್ಲಿ ಐದು ಕೀಲಿಗಳನ್ನು ಜೋಡಿಸಬೇಕಾಗಿದೆ.- ಕ್ರಮಯೋಜನೆ
11. ಒಂದು ಸಮತಲದಲ್ಲಿ 7 ಬಿಂದುಗಳಿವೆ ಹಾಗೂ ಯಾವುದೇ 3 ಬಿಂದುಗಳು ರೇಖಾಗತ ವಾಗಿಲ್ಲ. 3 ರೇಖಾಗತವಲ್ಲದ ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸಿ ತ್ರಿಭುಜಗಳನ್ನು ಎಳೆಯಬೇಕಾಗಿದೆ. ವಿಕಲ್ಪ
- 12.10 ಆಟಿಕೆ ಸಾಮಾನುಗಳನ್ನು ಇಬ್ಬರು ಮಕ್ಕಳಿಗೆ ಸಮನಾಗಿ ಹಂಚಬೇಕಾಗಿದೆ.- ವಿಕಲ್ಪ

## ಕ್ರಮಯೋಜನೆ:

ಒಟ್ಟು ವಸ್ತುಗಳು  $-n$  ಒಟ್ಟು ಸ್ಥಾನಗಳು  $-r \Rightarrow nP_r$

1	2	3	4		r-2	r-1	r
$n-(1-1)$	$n-(2-1)$	$n-(3-1)$	$n-(4-1)$		$n-(r-2-1)$	$n-(r-1-1)$	$n-(r-1)$
$n$	$n-1$	$n-2$	$n-3$		$n-r+3$	$n-r+2$	$n-r+1$
$r = n$ ಆಗಿದ್ದಾಗ							
$n$	$n-1$	$n-2$	$n-3$		$n-n+3$	$n-n+2$	$n-n+1$
$n$	$n-1$	$n-2$	$n-3$		3	2	1

## ಶ್ರೇಣಿಲಬ್ಧ ಸಂಕೇತ:

$$n! = n(n-1)(n-2)(n-3) \dots -3 \times 2 \times 1$$

$$\text{ಉದಾ: } 5! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$$

$$4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1$$

$$3! = 3 \times 2 \times 1$$

$$2! = 2 \times 1$$

$$1! = 1$$

$$0! = 1$$

**ಅಭ್ಯಾಸ 4.3**

1. ಕೆಳಗಿನ ಗುಣಲಬ್ಧಗಳನ್ನು ಶ್ರೇಣಿಲಬ್ಧ ರೂಪಕ್ಕೆ ಬದಲಾಯಿಸಿ.

(i).  $1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 7 = 7!$

(ii).  $18 \times 17 \times \dots \times 3 \times 2 \times 1 = 18!$

(iii).  $6 \times 7 \times 8 \times 9 = \frac{9!}{5!}$

(iv).  $2 \times 4 \times 6 \times 8 = (2 \times 1)(2 \times 2)(2 \times 3)(2 \times 4) = 16 \times 4!$

2. ಇವುಗಳ ಬೆಲೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

(i).  $6! = 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 720$

(ii).  $9! = 9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 3,62,880$

(iii).  $8! - 5! = 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 - 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$   
 $= 40320 - 120$

**= 40200**

(iv).  $\frac{7!}{5!} = \frac{7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1} = 7 \times 6 = 42$

(v).  $\frac{12!}{(9!)(3!)} = \frac{12 \times 11 \times 10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 \times 3 \times 2 \times 1} = \frac{12 \times 11 \times 10}{3 \times 2 \times 1} =$   
 $\frac{2 \times 11 \times 10}{3 \times 2 \times 1} = 220$

(vi).  $\frac{30!}{28!} = \frac{30 \times 29 \times 28!}{28!} = 30 \times 29 = 870$

3.  $n=15$  ಮತ್ತು  $r = 2$  ಆದಾಗ

(i).  $\frac{n!}{(n-r)!}$

$= \frac{15!}{(15-2)!}$

$= \frac{15!}{13!} = \frac{15 \times 14 \times 13!}{13!} = 5 \times 14 = 210$

$$\begin{aligned}
& \text{(ii). } \frac{n!}{(n-r)!r!} \\
& = \frac{15!}{(15-2)2!} \\
& = \frac{15!}{13!2!} \\
& = \frac{15 \times 14 \times 13!}{13!2!} \\
& = \frac{15 \times 14}{2 \times 1} = 15 \times 7 = 105
\end{aligned}$$


---

4. 4!, 5!, 6! ರ ಲ.ಸಾ.ಅ.ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

$$4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1$$

$$5! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$$

$$6! = 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$$

$$\text{ಲ.ಸಾ.ಅ} = 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 720$$

5. (i).  $(n+1)! = 12(n-1)!$  ಆದರೆ 'n' ನ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

$$(n+1)! = 12(n-1)!$$

$$\Rightarrow \frac{(n+1)!}{(n-1)!} = 12$$

$$\Rightarrow \frac{(n+1)n(n-1)!}{(n-1)!} = 12$$

$$\Rightarrow (n+1)n = 12$$

$$\Rightarrow (3+1)3 = 12$$

$$\Rightarrow \mathbf{n = 3}$$


---

$nP_r$  ಸೂತ್ರವನ್ನು ವ್ಯುತ್ಪತ್ತಿಸುವುದು:

$$nP_r = n(n-1)(n-2)(n-3) \dots (n-r+3)(n-r+2)(n-r+1)$$

$$\Rightarrow nP_r = \frac{[n(n-1)(n-2)(n-3) \dots (n-r+3)(n-r+2)(n-r+1)][(n-r)(n-r-1)(n-r-2) \dots 3 \times 2 \times 1]}{(n-r)(n-r-1)(n-r-2) \dots 3 \times 2 \times 1}$$

$$\Rightarrow nP_r = \frac{n!}{(n-r)!} \quad [r < 0 \leq n]$$

$nP_0$	1
$nP_n$	$n!$
$nP_1$	$n$

## ಅಭ್ಯಾಸ - 4.4

1. ಇವುಗಳ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

(i).  $12P_4$

$$nP_r = \frac{n!}{(n-r)!}$$

$$12P_4 = \frac{12!}{(12-4)!}$$

$$12P_4 = \frac{12!}{8!}$$

$$12P_4 = \frac{12 \times 11 \times 10 \times 9 \times 8!}{8!}$$

$$12P_4 = 12 \times 11 \times 10 \times 9$$

$$12P_4 = 11,880$$

(ii).  $75P_2$

$$nP_r = \frac{n!}{(n-r)!}$$

$$75P_2 = \frac{75!}{(75-2)!}$$



$$75P_4 = \frac{75!}{73!}$$

$$75P_2 = \frac{75 \times 74 \times 73!}{73!}$$

$$75P_2 = 75 \times 74$$

$$75P_2 = 5,550$$


---

(iii).  $8P_8$

$$nP_n = n!$$

$$8P_8 = 8!$$

$$8P_8 = 40,320$$


---

(iv).  $15P_1$

$$nP_1 = n$$

$$15P_1 = 15$$

$$15P_1 = 11,880$$


---

(v).  $38P_0$

$$nP_0 = 1$$

$$30P_0 = 1$$


---

2. (i).  $nP_4 = 20nP_2$  ಆದರೆ 'n'ನ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

$$nP_4 = 20nP_2$$

$$nP_r = \frac{n!}{(n-r)!}$$

$$\Rightarrow n(n-1)(n-2)(n-3) = 20 n(n-1)$$

$$\Rightarrow (n-2)(n-3) = 20$$

$$\Rightarrow (7-2)(7-3) = 20 \quad [\because 5 \times 4 = 20]$$

$$\Rightarrow n = 7$$

(ii).  $5P_r = 2 \cdot 6P_{r-1}$

$${}^n P_r = \frac{n!}{(n-r)!}$$

$$5P_r = 2 \cdot 6P_{r-1}$$

$$\Rightarrow \frac{5!}{(5-r)!} = 2 \cdot \frac{6!}{[6-(r-1)]!}$$

$$\Rightarrow \frac{5!}{(5-r)!} = 2 \cdot \frac{6 \times 5!}{[6-r+1]!}$$

$$\Rightarrow \frac{5!}{(5-r)!} = 2 \cdot \frac{6 \times 5!}{(7-r)!}$$

$$\Rightarrow \frac{5!}{(5-r)!} = 2 \cdot \frac{6 \times 5!}{(7-r)(6-r)(5-r)!}$$

$$\Rightarrow 1 = 2 \cdot \frac{6}{(7-r)(6-r)}$$

$$\Rightarrow (7-r)(6-r) = 2 \times 6$$

$$\Rightarrow (7-r)(6-r) = 12$$

$$\Rightarrow (7-3)(6-3) = 12 \quad [ \because 4 \times 3 = 12 ]$$

$$\Rightarrow r = 3$$

3.  ${}^n P_4 : {}^n P_5 = 1:2$  ಆದರೆ 'n'ನ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

$${}^n P_4 : {}^n P_5 = 1:2$$

$$\Rightarrow \frac{{}^n P_4}{{}^n P_5} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)}{n(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{(n-4)} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow 2 = (n-4)$$

$$\Rightarrow n = 6$$

$$\begin{aligned}
 4. \quad & 9P_5 + 5 \cdot 9P_4 = 10P_r \\
 & \Rightarrow 9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 + 5(9 \times 8 \times 7 \times 6) = 10P_r \\
 & \Rightarrow 9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 + 9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 = 10P_r \\
 & \Rightarrow 2(9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5) = 10P_r \\
 & \Rightarrow 9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 10 = 10P_r \quad [ \because 5 \times 2 = 10 ] \\
 & \Rightarrow 10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6 = 10P_5 \quad [ \because 5 \text{ ಪದಗಳಿವೆ} ] \\
 & \Rightarrow r = 5
 \end{aligned}$$

## ಅಭ್ಯಾಸ 4.5

1. "JOULE" ಎಂಬ ಪದದ ಎಲ್ಲಾ ಅಕ್ಷರಗಳನ್ನು ನಿರ್ದಿಷ್ಟವಾಗಿ ಒಂದು ಬಾರಿ ಉಪಯೋಗಿಸಿ, ಶಬ್ದಾರ್ಥ ಹೊಮ್ಮುವಂತೆ ಅಥವಾ ಹೊಮ್ಮದಿರುವಂತೆ ಎಷ್ಟು ಪದಗಳನ್ನು ರಚಿಸಬಹುದು?

$$n P_r = \frac{n!}{(n-r)!}$$

$$n = 5, r = 5$$

$$5 P_5 = \frac{5!}{(5-5)!} = 5! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$$

2. 5 ಪುರುಷರು ಮತ್ತು 4 ಮಹಿಳೆಯರನ್ನು ಒಂದು ಸಾಲಿನಲ್ಲಿ ಕೂರಿಸಬೇಕಾಗಿದೆ. ಇದರಲ್ಲಿ ಮಹಿಳೆಯರನ್ನು ಸಮಸಂಖ್ಯೆಯ ಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿ ಕೂರಿಸಬೇಕಾಗಿದೆ. ಇಂತಹ ಎಷ್ಟು ಕ್ರಮಯೋಜನೆಗಳು ಸಾಧ್ಯವಾಗುತ್ತದೆ?

1	2	3	4	5	6	7	8	9
ಪುರುಷ	ಮಹಿಳೆ	ಪುರುಷ	ಮಹಿಳೆ	ಪುರುಷ	ಮಹಿಳೆ	ಪುರುಷ	ಮಹಿಳೆ	ಪುರುಷ

ಪುರುಷರನ್ನು 1,3,5,7,9 ಈ 5- ಸ್ಥಾನಗಳಲ್ಲಿ 5-ವಿಧಗಳಲ್ಲಿ ಕೂರಿಸಬಹುದು.

$$\Rightarrow 5 P_5 \text{ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಕೂರಿಸಬಹುದು}$$

ಮಹಿಳೆಯರನ್ನು 2,4,6,8- ಈ 4-ಸ್ಥಾನಗಳಲ್ಲಿ 4-ವಿಧಗಳಲ್ಲಿ ಕೂರಿಸಬಹುದು

$$\Rightarrow 4 P_4 \text{ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಕೂರಿಸಬಹುದು.}$$

∴ ಎಣಿಕೆಯ ಮೂಲತತ್ವದ ಪ್ರಕಾರ ಪುರುಷರು ಮತ್ತು ಮಹಿಳೆಯರನ್ನು  $5P_5 \times 4P_4$  ವಿಧಗಳಲ್ಲಿ ಕೂರಿಸಬಹುದು.

$$\begin{aligned} 5P_5 \times 4P_4 \\ nP_n &= n! \\ \Rightarrow 5P_5 \times 4P_4 &= 5! \times 4! \\ &= 120 \times 24 \\ &= \mathbf{2880} \end{aligned}$$

3. ಎಲ್ಲಾ ಬಾವಿಗಳನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿಕೊಂಡು 6 ಜನ ಮಹಿಳೆಯರು 6 ಬಾವಿಗಳಿಂದ ಎಷ್ಟು ವಿಧಗಳಲ್ಲಿ ನೀರನ್ನು ಸೆದಬಹುದು?

6 ಜನ ಮಹಿಳೆಯರು 6 ಬಾವಿಗಳಿಂದ  $6P_6$  ವಿಧಗಳಲ್ಲಿ ನೀರನ್ನು ಸೆದಬಹುದು.

$$\begin{aligned} nP_n &= n! \\ \Rightarrow 6P_6 &= 6! \\ &= 720 \end{aligned}$$

4. ಒಂದು ಸ್ಪರ್ಧೆಯಲ್ಲಿ 8 ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಭಾಗವಹಿಸುತ್ತಿದ್ದಾರೆ. ಎಷ್ಟು ವಿಧಗಳಲ್ಲಿ ಮೊದಲ ಮೂರು ಬಹುಮಾನಗಳನ್ನು ಗೆಲ್ಲಬಹುದು?

8 ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಮೊದಲ 3 ಬಹುಮಾನಗಳನ್ನು ಗೆಲ್ಲುವ ವಿಧಗಳು -  $8P_3$

$$\begin{aligned} nP_r &= \frac{n!}{(n-r)!} \\ \Rightarrow 8P_3 &= \frac{8!}{(8-3)!} \\ \Rightarrow 8P_3 &= \frac{8!}{5!} \\ \Rightarrow 8P_3 &= 8 \times 7 \times 6 \\ &= \mathbf{336} \end{aligned}$$

5. 2-ಅಂಕಿಗಳ ಒಟ್ಟು ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಒಟ್ಟು ಅಂಕಿಗಳು: 1,2,3,4,5,6,7,8,9,0

ಮೊದಲು ಹತ್ತರ ಸ್ಥಾನವನ್ನು '0.ಹೊರತು ಪಡಿಸಿ 9 ಅಂಕಗಳಿಂದ 9 ವಿಧಗಳಲ್ಲಿ ಭರ್ತಿಗೊಳಿಸಬಹುದು.

ಬಿಡಿ ಸ್ಥಾನವನ್ನು ಉಳಿದ 9 ಅಂಕಗಳು ಹಾಗೂ ಪುನರಾವರ್ತನೆ ಇರುವುದರಿಂದ ಹತ್ತರ ಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿ ಹಾಕಿದ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನೂ ಬಳಸಿ ಒಟ್ಟು 10 ವಿಧಗಳಲ್ಲಿ ಭರ್ತಿಗೊಳಿಸಬಹುದು.

ಹತ್ತು	ಬಿಡಿ
9	10

∴ ಒಟ್ಟು 2- ಅಂಕಿಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು =  $9 \times 10 = 90$

6. ಪುನರಾವರ್ತನೆಯಾಗದಂತೆ 1, 2, 3, 7, 8, 9 ಅಂಕಗಳಿಂದ 4 – ಅಂಕಿಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಎಷ್ಟು ವಿಧಗಳಲ್ಲಿ ರಚಿಸಬಹುದು? ಅವುಗಳಲ್ಲಿ,

(a) 6000ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ ಇರುವ ಎಷ್ಟು ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿರುತ್ತವೆ?

(b) ಇವುಗಳಲ್ಲಿ ಎಷ್ಟು ಸಮಸಂಖ್ಯೆಗಳಿರುತ್ತವೆ?

(c) ಇವುಗಳಲ್ಲಿ ಎಷ್ಟು ಸಂಖ್ಯೆಗಳು 7ರಿಂದ ಕೊನೆಗೊಳ್ಳುತ್ತವೆ?

(a).

ಸಾವಿರ	ನೂರು	ಹತ್ತು	ಬಿಡಿ
$3P_1$	$5P_1$	$4P_1$	$3P_3$
3	5	4	3
$3 \times 5 \times 4 \times 3 = 180$			

[ ಇಲ್ಲಿ ಸಂಖ್ಯೆ 6000ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ ಇರಬೇಕಾಗಿರುವುದರಿಂದ ಸಾವಿರ ಸ್ಥಾನವನ್ನು

1,2, ಮತ್ತು 3 ಈ ಅಂಕಗಳಿಂದ 3-ವಿಧಗಳಲ್ಲಿ ಮಾತ್ರ ಭರ್ತಿಗೊಳಿಸಬಹುದು]

(b)

ಸಾವಿರ	ನೂರು	ಹತ್ತು	ಬಿಡಿ
$3P_1$	$4P_1$	$5P_1$	$2P_1$
3	4	5	2
$3 \times 4 \times 5 \times 2 = 120$			

[ ಇಲ್ಲಿ ಸಮಸಂಖ್ಯೆ ಇರಬೇಕಾಗಿರುವುದರಿಂದ ಬಿಡಿ ಸ್ಥಾನವನ್ನು 2,8 ಈ ಅಂಕಿಗಳಿಂದ  
2- ವಿಧಗಳಲ್ಲಿ ಮಾತ್ರ ಭರ್ತಿಗೊಳಿಸಬಹುದು]

(c)

ಸಾವಿರ	ನೂರು	ಹತ್ತು	ಬಿಡಿ
$3P_1$	$4P_1$	$5P_1$	$1P_1$
3	4	5	1
<b><math>3 \times 4 \times 5 \times 1 = 60</math></b>			

[ ಇಲ್ಲಿ ಸಂಖ್ಯೆ 7 ರಿಂದ ಕೊನೆಗೊಳ್ಳಬೇಕಾಗಿರುವುದರಿಂದ ಬಿಡಿ ಸ್ಥಾನವನ್ನು 7 ಈ  
ಅಂಕಿಯಿಂದ 1-ವಿಧದಲ್ಲಿ ಮಾತ್ರ ಭರ್ತಿಗೊಳಿಸಬಹುದು]

7. ಎರಡು ನಗರಗಳ ನಡುವೆ 15 ಬಸ್ಸುಗಳು ಸಂಚರಿಸುತ್ತಿವೆ. ಒಬ್ಬ ವ್ಯಕ್ತಿಯು ಒಂದು ನಗರಕ್ಕೆ ಹೊರಟು, ಪ್ರಯಾಣಿಸಿದ ಬಸ್ಸನ್ನು ಹೊರತು ಪಡಿಸಿ ಬೇರೆ ಬಸ್ಸಿನಿಂದ ಹಿಂತಿರುಗಬಹುದಾದ ವಿಧಗಳೆಷ್ಟು?

ನಗರಕ್ಕೆ ಹೊರಡಲು ನಗರ

ನಗರಕ್ಕೆ ಹೊರಡಲು	ನಗರದಿಂದ ಹಿಂತಿರುಗಲು
$15P_1$	$14P_1$
15	14

∴ ಒಟ್ಟು ಹಿಂತಿರುಗಬಹುದಾದ ವಿಧಗಳು =  $15 \times 14 = 210$

## ವಿಕಲ್ಪಗಳು

$n'$  ವಿಭಿನ್ನವಸ್ತುಗಳಿಂದ ಒಮ್ಮೆಗೆ  $r'$  ವಸ್ತುಗಳನ್ನು ಆರಿಸುವ ಎಲ್ಲಾ ವಿಕಲ್ಪಗಳು

$${}^n C_r = \frac{n!}{(n-r)!r!}$$

${}^n C_r$	$\frac{{}^n P_r}{r!}$	${}^5 C_3$	$\frac{{}^5 P_3}{3!}$
${}^n C_0$	1	${}^5 C_0$	1
${}^n C_1$	n	${}^5 C_1$	5
${}^n C_n$	1	${}^5 C_5$	1
${}^n C_r$	${}^n C_{n-r}$	${}^5 C_3$	${}^5 C_2$

## ಅಭ್ಯಾಸ 4.6

1. ಇವುಗಳ ಬೆಲೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

(i)  ${}^{10} C_3$

$${}^n C_r = \frac{n!}{(n-r)!r!}$$

$${}^{10} C_3 = \frac{10!}{(10-3)!3!}$$

$${}^{10} C_3 = \frac{10!}{7!3!}$$

$${}^{10} C_3 = \frac{10 \times 9 \times 8}{3 \times 2 \times 1}$$

$${}^{10} C_3 = 10 \times 3 \times 4$$

$${}^{10} C_3 = 120$$

(ii)  ${}^{60}C_{60}$

$${}^nC_n = 1$$

$${}^{60}C_{60} = 1$$


---

(iii)  ${}^{100}C_{97}$

$${}^nC_r = \frac{n!}{(n-r)!r!}$$

$${}^{100}C_{97} = {}^{100}C_3 = \frac{100 \times 99 \times 98}{3 \times 2 \times 1}$$

$${}^{100}C_{97} = 100 \times 33 \times 49$$

$${}^{100}C_{97} = 1,61,700$$


---

2. (i).  ${}^nC_4 = {}^nC_7$  ಆದರೆ 'n'ನ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

$${}^nC_r = {}^nC_{n-r}$$

$$\Rightarrow r = n - r$$

$$\Rightarrow 4 = n - 7$$

$$\Rightarrow n = 11$$


---

(ii).  $nP_r = 840$ ,  ${}^nC_r = 35$  ಆದರೆ 'n'ನ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

$${}^nC_r \cdot r! = nP_r$$

$$35 \cdot r! = 840$$

$$r! = \frac{840}{35}$$

$$r! = 24$$

$$r! = 4!$$

$$\therefore r = 4$$


---

3.  $2{}^nC_3 : {}^nC_3 = 11:1$  ಆದರೆ 'n'ನ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

$$\Rightarrow \frac{2n(2n-1)(2n-2)}{6} : \frac{n(n-1)(n-2)}{6} = 11:1$$

$$\Rightarrow \frac{4n(2n-1)(n-1)}{6} : \frac{n(n-1)(n-2)}{6} = 11:1$$

$$\Rightarrow \frac{4(2n-1)}{6} : \frac{(n-2)}{6} = 11:1$$



$$\begin{aligned} & \Rightarrow \frac{\frac{2(2n-1)}{3}}{(n-2)} = \frac{11}{1} \\ & \Rightarrow \frac{2(2n-1)}{3} \times \frac{6}{(n-2)} = \frac{11}{1} \\ & \Rightarrow \frac{4(2n-1)}{(n-2)} = \frac{11}{1} \\ & \Rightarrow 4(2n-1) = 11(n-2) \\ & \Rightarrow 8n-4 = 11n-22 \\ & \Rightarrow 18 = 3n \\ & \Rightarrow n = 6 \end{aligned}$$

4. ತಾಳೆ ನೋಡಿ  $8C_4 + 8C_5 = 9C_4$

$$nC_r = \frac{n!}{(n-r)!r!}$$

$$\text{LHS } 8C_4 = \frac{8!}{(8-4)!4!}$$

$$8C_4 = \frac{8!}{4!4!}$$

$$8C_4 = \frac{8 \times 7 \times 6 \times 5}{4 \times 3 \times 2 \times 1}$$

$$8C_4 = 7 \times 2 \times 5$$

$$8C_4 = 70$$

$$8C_5 = \frac{8!}{(8-5)!5!}$$

$$8C_5 = \frac{8!}{3!5!}$$

$$8C_5 = \frac{8 \times 7 \times 6}{6}$$

$$8C_5 = 56$$

$$\therefore \text{LHS} = 70 + 56 = 126$$

$$\text{RHS} = 9C_4$$

$$9C_4 = \frac{9!}{(9-4)!4!}$$

$$9C_4 = \frac{9!}{5!4!}$$

$${}^9C_4 = \frac{9 \times 8 \times 7 \times 6}{24}$$

$${}^9C_4 = 9 \times 7 \times 2$$

$$\text{RHS } {}^9C_4 = 126$$

$$\therefore \text{LHS} = \text{RHS}$$

5.  $\frac{{}^nC_r}{{}^{n-1}C_{r-1}} = \frac{n}{r}$  ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ, ಇಲ್ಲಿ  $1 < r \leq n$

$${}^nC_r = \frac{n(n-1)!}{(n-r)!r(r-1)!}$$

$$\Rightarrow {}^nC_r = \frac{n}{r} \cdot \frac{(n-1)!}{(n-r)!(r-1)!}$$

$${}^{n-1}C_{r-1} = \frac{(n-1)!}{(n-r)(r-1)!}$$

$$\frac{{}^nC_r}{{}^{n-1}C_{r-1}} = \frac{\frac{n}{r} \cdot \frac{(n-1)!}{(n-r)!(r-1)!}}{\frac{(n-1)!}{(n-r)(r-1)!}}$$

$$\frac{{}^nC_r}{{}^{n-1}C_{r-1}} = \frac{n}{r} \cdot \frac{(n-1)!}{(n-r)!(r-1)!} \times \frac{(n-r)(r-1)!}{(n-1)!}$$

$$\Rightarrow \frac{{}^nC_r}{{}^{n-1}C_{r-1}} = \frac{n}{r}$$

### ಅಭ್ಯಾಸ 4.7

1. 7 ವ್ಯಂಜನಗಳು ಮತ್ತು 4 ಸ್ವರಗಳಿಂದ. 3 ವ್ಯಂಜನಗಳು ಮತ್ತು 2 ಸ್ವರಗಳಿರುವ ಎಷ್ಟು ಪದಗಳನ್ನು ರಚಿಸಬಹುದು?

7 ವ್ಯಂಜನಗಳಿಂದ 3 ವ್ಯಂಜನಗಳನ್ನು ಆರಿಸುವುದು -  ${}^7C_3$

$${}^nC_r = \frac{n!}{(n-r)!r!}$$

$${}^7C_3 = \frac{7!}{(7-3)!3!} = \frac{7 \times 6 \times 5}{3!} = 7 \times 5 = 35$$

4 ಸ್ವರಗಳಿಂದ 2 ಸ್ವರಗಳನ್ನು ಆರಿಸುವುದು -  $4C_2$

$$4C_2 = \frac{4!}{(4-2)!2!} = \frac{4 \times 3}{2!} = 6$$

ಆರಿಸಿದ 3 ವ್ಯಂಜನಗಳು ಮತ್ತು 2 ಸ್ವರಗಳಿಂದ ರಚಿಸಬಹುದಾದ ಒಟ್ಟು ಪದಗಳು

$$= 7C_3 \times 4C_2 \times 5!$$

$$= 35 \times 6 \times 120$$

$$= \mathbf{25,200}$$

2. 10 ಜನರ ಗುಂಪಿನಿಂದ, 5 ಜನ ಕ್ರೀಡಾಪಟುಗಳನ್ನು ಎಷ್ಟು ವಿಧಗಳಲ್ಲಿ ಆಯ್ಕೆ ಮಾಡಬಹುದು?

$$10C_5 = \frac{10!}{(10-5)!5!}$$

$$10C_5 = \frac{10!}{5!5!}$$

$$10C_5 = \frac{10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6}{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}$$

$$10C_5 = 2 \times 9 \times 7 \times 2$$

$$10C_5 = 252$$

3. 17 ಆಟಗಾರರಲ್ಲಿ, 5 ಜನ ಆಟಗಾರರು ಬೌಲರ್ ಗಳಾಗಿದ್ದು, ಇವರಿಂದ 11 ಜನರಿರುವ ಒಂದು ಕ್ರಿಕೆಟ್ ತಂಡವನ್ನು ಪ್ರತಿ ತಂಡದಲ್ಲಿ ಇಬ್ಬರು ಬೌಲರ್ ಗಳಿರುವಂತೆ ಎಷ್ಟು ವಿಧಗಳಲ್ಲಿ ಆಯ್ಕೆ ಮಾಡಬಹುದು?

11 ಮಂದಿ ಆಟಗಾರರಲ್ಲಿ 2 ಮಂದಿ ಬೌಲರ್ ಇರಬೇಕಾದರೆ, 5 ಮಂದಿ ಬೌಲರ್ ಗಳಿಂದ 2 ಮಂದಿಯನ್ನು ಆರಿಸಬೇಕು

ಆರಿಸುವ ಒಟ್ಟು ವಿಧಗಳು -  $5C_2$

$$nC_r = \frac{n!}{(n-r)!r!}$$

$${}^5C_2 = \frac{5!}{3!2!} = \frac{5 \times 4}{2} = 10$$

ಉಳಿದ ಆಟಗಾರರನ್ನು 12 ಮಂದಿಯಿಂದ ಆರಿಸಬೇಕು

$$\text{ಆರಿಸುವ ವಿಧಗಳು} = {}^{12}C_9$$

$${}^{12}C_9 = \frac{12!}{3!9!} = \frac{12 \times 11 \times 10}{6} = 2 \times 11 \times 10 = 220$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{ಕ್ರಿಕೆಟ್ ತಂಡವನ್ನು ಆರಿಸುವ ಒಟ್ಟು ವಿಧಗಳು} &= {}^5C_2 \times {}^{12}C_9 \\ &= 10 \times 220 \\ &= \mathbf{2,200} \end{aligned}$$

4. ವೃತ್ತದ ಮೇಲಿನ 8 ಬಿಂದುಗಳಿಂದ ಎಷ್ಟು

(i) ಸರಳ ರೇಖೆಗಳನ್ನು (ii) ತ್ರಿಭುಜಗಳನ್ನು ಎಳೆಯಬಹುದು?

(i) 8 ಬಿಂದುಗಳಿಂದ ಎಳೆಯಬಹುದಾದ ಸರಳರೇಖೆಗಳು-  ${}^8C_2$

$${}^nC_r = \frac{n!}{(n-r)!r!}$$

$${}^8C_2 = \frac{8!}{6!2!} = \frac{8 \times 7}{2} = 28$$

(ii) 8 ಬಿಂದುಗಳಿಂದ ಎಳೆಯಬಹುದಾದ ತ್ರಿಭುಜಗಳು-  ${}^8C_3$

$${}^nC_n = \frac{n!}{(n-r)!r!}$$

$${}^8C_3 = \frac{8!}{5!3!} = \frac{8 \times 7 \times 6}{6} = 56$$

5. ಕೆಳಗಿನ ಬಹುಭುಜಾಕೃತಿಗಳಲ್ಲಿ ಎಷ್ಟು ಕರ್ಣಗಳನ್ನು ಎಳೆಯಬಹುದು?

(i) ದಶಭುಜಾಕೃತಿ (ii) ವಿಂಶತಿಭುಜಾಕೃತಿ

ಒಂದು ಬಹು ಭುಜಾಕೃತಿಯಲ್ಲಿ ಎಳೆಯಬಹುದಾದ ಕರ್ಣಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ =  $nC_2 - n$

(i) ದಶಭುಜಾಕೃತಿ ಎಳೆಯಬಹುದಾದ ಕರ್ಣಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ =  $10C_2 - 10$

$$nC_n = \frac{n!}{(n-r)!r!}$$

$$10C_2 - 10 = \frac{10!}{8!2!} - 10 = \frac{10 \times 9}{2} - 10 = 45 - 10 = 35$$

(ii) ವಿಂಶತಿಭುಜಾಕೃತಿ ಎಳೆಯಬಹುದಾದ ಕರ್ಣಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ =  $20C_2 - 20$

$$nC_n = \frac{n!}{(n-r)!r!}$$

$$20C_2 - 20 = \frac{20!}{18!2!} - 20 = \frac{20 \times 19}{2} - 20 = 190 - 20 = 170$$

6. ಒಂದು ಬಹುಭುಜಾಕೃತಿಯು 44 ಕರ್ಣಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿದೆ. ಇದರ ಬಾಹುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

$$\text{ಕರ್ಣಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ} = nC_2 - n$$

$$44 = nC_2 - n$$

$$nC_n = \frac{n!}{(n-r)!r!}$$

$$44 = nC_2 - n$$

$$\Rightarrow 44 = \frac{n(n-1)}{2} - n$$

$$\Rightarrow 44 = \frac{n(n-1) - 2n}{2}$$

$$\Rightarrow 88 = n(n-1) - 2n$$

$$\Rightarrow 88 = n^2 - n - 2n$$

$$\Rightarrow 88 = n^2 - 3n$$

$$\Rightarrow 88 = n(n-3)$$

$$\Rightarrow 88 = 11(11 - 3) \quad [\because 11 \times 8 = 88]$$

$$\Rightarrow n = 11$$

7. ಒಂದು ಶಾಲೆಯ ಪ್ರತಿ ಕೆಲಸದ ದಿನದಲ್ಲಿ 6 ಅವಧಿ(Period)ಗಳಿರುತ್ತವೆ. ಪ್ರತಿ ವಿಷಯವು ಕನಿಷ್ಠ ಒಮ್ಮೆಯಾದರೂ ಬರುವಂತೆ 6 ವಿಷಯಗಳನ್ನು ಎಷ್ಟು ವಿಧಗಳಲ್ಲಿ ಜೋಡಿಸಬಹುದು?

6 ವಿಷಯಗಳು 6 ಅವಧಿಯಲ್ಲಿ ಬರುವಂತೆ ಜೋಡಿಸಬಹುದಾದ ವಿಧಗಳು-  $6P_6$

$$nP_n = n!$$

$$6P_6 = 6!$$

$$6P_6 = 720$$

8. 6 ಪುರುಷರು ಮತ್ತು 4 ಮಹಿಳೆಯರಿಂದ 5ಜನರ ಸಮಿತಿಯನ್ನು ರಚಿಸಬೇಕಾಗಿದೆ.

(i) ಕನಿಷ್ಠ 2 ಮಹಿಳೆಯಿರುವಂತೆ

(ii) ಗರಿಷ್ಠ 2 ಮಹಿಳೆಯಿರುವಂತೆ ಎಷ್ಟು ಸಮಿತಿಗಳನ್ನು ರಚಿಸಬಹುದು?

(i). 6 ಪುರುಷರು ಮತ್ತು 4 ಮಹಿಳೆಯರಿಂದ ಕನಿಷ್ಠ 2 ಮಹಿಳೆಯಿರುವಂತೆ 5 ಜನರ ಸಮಿತಿಯನ್ನು ರಚಿಸುವ ವಿಧಗಳು

$$6C_3 \times 4C_2 + 6C_2 \times 4C_3 + 6C_1 \times 4C_4$$

[ $\because$  ಸಮಿತಿಯಲ್ಲಿ ಕನಿಷ್ಠ 2 ಮಹಿಳೆಯಿರಬೇಕು. ಸಮಿತಿಯಲ್ಲಿ ಮಹಿಳೆಯರ ಸಂಖ್ಯೆ 2,3, ಅಥವಾ 4 ಇರಬಹುದು. ಉಳಿದ ಸದಸ್ಯರನ್ನು ಪುರುಷರಿಂದ ಆಯ್ಕೆ ಮಾಡುವುದು]

$$nC_n = \frac{n!}{(n-r)!r!}$$

$$6C_3 \times 4C_2 + 6C_2 \times 4C_3 + 6C_1 \times 4C_4$$

$$6C_3 = \frac{6!}{(6-3)!3!} = \frac{6!}{3!3!} = \frac{6 \times 5 \times 4}{6} = 20$$

$$4C_2 = \frac{4!}{(4-2)!2!} = \frac{4!}{2!2!} = \frac{4 \times 3}{2} = 6$$

$$6C_2 = \frac{6!}{(6-2)!2!} = \frac{6!}{4!2!} = \frac{6 \times 5}{2} = 15$$

$${}^4C_3 = \frac{4!}{(4-3)!3!} = \frac{4!}{1!3!} = \frac{4}{1} = 4$$

$${}^6C_1 = \frac{6!}{(6-1)!1!} = \frac{6!}{5!1!} = \frac{6}{1} = 6$$

$${}^4C_4 = 1$$

$$\Rightarrow {}^6C_3 \times {}^4C_2 + {}^6C_2 \times {}^4C_3 + {}^6C_1 \times {}^4C_4 = 20 \times 6 + 15 \times 4 + 6 \times 1$$

$$= 120 + 60 + 6$$

$$= 186$$

(ii). 6 ಪುರುಷರು ಮತ್ತು 4 ಮಹಳೆಯರಿಂದ ಗರಿಷ್ಠ 2 ಮಹಿಳೆಯರಿರುವಂತೆ 5 ಜನರ

ಸಮಿತಿಯನ್ನು ರಚಿಸುವ ವಿಧಗಳು

$${}^6C_5 \times {}^4C_0 + {}^6C_4 \times {}^4C_1 + {}^6C_2 \times {}^4C_2$$

[∵ ಸಮಿತಿಯಲ್ಲಿ ಗರಿಷ್ಠ 2 ಮಹಿಳೆಯರಿರಬೇಕು. ಸಮಿತಿಯಲ್ಲಿ ಮಹಿಳೆಯರ ಸಂಖ್ಯೆ 0,1,ಅಥವಾ 2

ಇರಬಹುದು. ಉಳಿದ ಸದಸ್ಯರನ್ನು ಪುರುಷರಿಂದ ಆಯ್ಕೆ ಮಾಡುವುದು]

$${}^nC_n = \frac{n!}{(n-r)!r!}$$

$${}^6C_5 \times {}^4C_0 + {}^6C_4 \times {}^4C_1 + {}^6C_2 \times {}^4C_2$$

$${}^6C_5 = \frac{6!}{(6-5)!5!} = \frac{6!}{1!5!} = \frac{6}{1} = 6$$

$${}^4C_0 = 1$$

$${}^6C_4 = \frac{6!}{(6-4)!4!} = \frac{6!}{2!4!} = \frac{6 \times 5}{2} = 15$$

$${}^4C_1 = \frac{4!}{(4-1)!1!} = \frac{4!}{3!1!} = 4$$

$${}^6C_2 = \frac{6!}{(6-2)!2!} = \frac{6!}{4!2!} = \frac{6 \times 5}{2} = 15$$

$${}^4C_2 = \frac{4!}{(4-2)!2!} = \frac{4!}{2!2!} = \frac{4 \times 3}{2} = 6$$

$$\Rightarrow {}^6C_5 \times {}^4C_0 + {}^6C_4 \times {}^4C_1 + {}^6C_2 \times {}^4C_2 = 6 \times 1 + 15 \times 4 + 15 \times 6$$

$$= 6 + 60 + 90$$

= 156

9. 11 ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಒಂದು ಕ್ರೀಡಾ ತಂಡವನ್ನು ರಚಿಸಬೇಕಾಗಿದೆ. ಪ್ರತಿ ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ 8 ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿದ್ದರೆ, 9ನೇ ತರಗತಿಯಿಂದ ಕನಿಷ್ಠ 5 ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಮತ್ತು 10ನೇ ತರಗತಿಯಿಂದ ಕನಿಷ್ಠ 5 ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿರುವಂತೆ ಎಷ್ಟು ವಿಧಗಳಲ್ಲಿ ತಂಡವನ್ನು ರಚಿಸಬಹುದು?

9ನೇ ತರಗತಿಯಿಂದ ಕನಿಷ್ಠ 5 ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಮತ್ತು 10ನೇ ತರಗತಿಯಿಂದ ಕನಿಷ್ಠ 5 ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿರುವಂತೆ 11 ಮಂದಿಯ ತಂಡ ರಚಿಸಬಹುದಾದ ವಿಧಗಳು-

$$8C_6 \times 8C_5 + 8C_5 \times 8C_6$$

$${}^nC_n = \frac{n!}{(n-r)!r!}$$

$$8C_6 \times 8C_5 + 8C_5 \times 8C_6$$

$$8C_6 = \frac{8!}{(8-6)!6!} = \frac{8!}{2!6!} = \frac{8 \times 7}{2} = 28$$

$$8C_5 = \frac{8!}{(8-5)!5!} = \frac{8!}{3!5!} = \frac{8 \times 7 \times 6}{6} = 56$$

$$\Rightarrow 8C_6 \times 8C_5 + 8C_5 \times 8C_6 = 28 \times 56 + 56 \times 28$$

$$= 1568 + 1568$$

$$= 3,136$$

10. 12 ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಗುಂಪಿನಿಂದ 8 ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳನ್ನು ಒಂದು ಪ್ರವಾಸಕ್ಕೆ ಆಯ್ಕೆ ಮಾಡಬೇಕಾಗಿದೆ. ಅವರಲ್ಲಿ 3 ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಯಾರಾದರೂ ಒಬ್ಬರಂತೆ ಅಥವಾ ಯಾರೂ ಭಾಗವಹಿಸದಂತೆ ನಿರ್ಧರಿಸಿದ್ದಾರೆ. 8 ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳನ್ನು ಎಷ್ಟು ವಿಧಗಳಲ್ಲಿ ಆಯ್ಕೆ ಮಾಡಬಹುದು?

12 ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಗುಂಪಿನಿಂದ 8 ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳನ್ನು ಆರಿಸುವಾಗ 3 ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಲ್ಲಿ ಯಾರಾದರೂ ಒಬ್ಬ ಇರುವಂತೆ ಆಯ್ಕೆ ಮಾಡುವ ವಿಧಗಳು  ${}^3C_1 \times {}^9C_7$



12 ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಗುಂಪಿನಿಂದ 8 ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳನ್ನು ಆರಿಸುವಾಗ 3 ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಲ್ಲಿ ಯಾರೂ ಇಲ್ಲದಿರುವಂತೆ ಆಯ್ಕೆ ಮಾಡುವ ವಿಧಗಳು  ${}^3C_0 \times {}^9C_8$

$\therefore$  12 ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಲ್ಲಿ 8 ಮಂದಿಯನ್ನು ಆಯ್ಕೆ ಮಾಡುವ ಒಟ್ಟು ವಿಧಗಳು

$${}^3C_1 \times {}^9C_7 + {}^3C_0 \times {}^9C_8$$

$${}^nC_n = \frac{n!}{(n-r)!r!}$$

$${}^3C_1 = 3 \quad [\because {}^nC_1 = n]$$

$${}^9C_7 = \frac{9!}{(9-7)!7!} = \frac{9!}{2!7!} = \frac{9 \times 8}{2} = 36$$

$${}^3C_0 = 1 \quad [\because {}^nC_0 = 1]$$

$${}^9C_8 = 9 \quad [\because {}^9C_8 = {}^9C_1 = 9]$$

$$\Rightarrow {}^3C_1 \times {}^9C_7 + {}^3C_0 \times {}^9C_8 = 3 \times 36 + 1 \times 9$$

$$= 108 + 9$$

$$= 117$$