CLASS NOTES -CHAPTER 9

SSLC

Mathematics

Quadratic Equations

ವರ್ಗ ಸಮೀಕರಣಗಳು

YAKUB S., GHS NADA,BELTHANGADY TALUK,D.K PH: 9008983286

GANESH SHETTIGAR KALAVARA UDUPI

ಅಧ್ಯಾಯ- 9

ವರ್ಗ ಸಮೀಕರಣಗಳು

- ವರ್ಗ ಸಮೀಕರಣದ ಆದರ್ಶ ರೂಪ:

$$ax^2 + bx + c = 0$$

(a,b,c ಗಳು ವಾಸ್ತವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಮತ್ತು $a \neq 0$)

- ಶುದ್ಧ ವರ್ಗಸಮೀಕರಣ: $ax^2 + c = 0$
- ವರ್ಗಸಮೀಕರಣ ಬಿಡಿಸುವ ವಿಧಾನಗಳು:
  - ❖ ಅಪವರ್ತನ ವಿಧಾನ
  - ❖ ವರ್ಗಪೂರ್ಣ ವಿಧಾನ
  - ❖ ಸೂತ್ರದ ಸಹಾಯದಿಂದ
  - ❖ ನಕ್ಷೆಯ ಮೂಲಕ
- ವರ್ಗಸಮೀಕರಣ $ax^2 + bx + c = 0$ ಇದರ ಮೂಲಗಳು:

$$X = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

- ವರ್ಗಸಮೀಕರಣದ ಮೂಲಗಳ ಮೊತ್ತ:

$$m + n = \frac{-b}{a}$$

- ವರ್ಗಸಮೀಕರಣದ ಮೂಲಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧ:

$$mn = \frac{c}{a}$$

- ಮೂಲಗಳನ್ನು ಕೊಟ್ಟಾಗ ವರ್ಗಸಮೀಕರಣ ರಚನೆ:

$$x^2 - (m + n)x + mn = 0$$

- ವರ್ಗಸಮೀಕರಣದ ಶೋಧಕ: $\Delta = b^2 - 4ac$

- $y = x^2$ ರೂಪದ ಸಮೀಕರಣದ ಹೆಸರು: ಪರವಲಯ

Yakub S, GHS Nada, Belthangady Taluk, D.K.-574214 Ph:9008983286 & Ganesh Shettigar Kalavara

Excercise 9.1

1. ಈ ಕೆಳಗಿನವುಗಳು ವರ್ಗಸಮೀಕರಣಗಳೇ ಎಂಬುವುದನ್ನು ಪರೀಕ್ಷಿಸಿ.

i. $\boldsymbol{x^2 - x = 0}$

ಚರಾಕ್ಷರದ ಮಹತ್ತಮ ಘಾತ 2

∴ ಇದು ವರ್ಗಸಮೀಕರಣ

ii. $\boldsymbol{x^2 = 8}$

ಚರಾಕ್ಷರದ ಮಹತ್ತಮ ಘಾತ 2

∴ ಇದು ವರ್ಗಸಮೀಕರಣ

iii. $\boldsymbol{x^2 + \frac{1}{2}x = 0}$

$x^2 + \frac{1}{2}x = 0 \Rightarrow \frac{2x^2+x}{2} = 0 \Rightarrow 2x^2 + x = 0$

ಚರಾಕ್ಷರದ ಮಹತ್ತಮ ಘಾತ 2

∴ ಇದು ವರ್ಗಸಮೀಕರಣ

iv. $3x - 10 = 0$

ಚರಾಕ್ಷರದ ಮಹತ್ತಮ ಘಾತ 1

∴ ಇದು ವರ್ಗಸಮೀಕರಣ ಅಲ್ಲ

v. $\boldsymbol{x^2 - \frac{29}{4}x + 5 = 0}$

$x^2 - \frac{29}{4}x + 5 = 0 \Rightarrow \frac{4x^2-29x+20}{4} = 0 \Rightarrow 4x^2 - 29x + 20 = 0$

ಚರಾಕ್ಷರದ ಮಹತ್ತಮ ಘಾತ 2

∴ ಇದು ವರ್ಗಸಮೀಕರಣ

vi. $\boldsymbol{5 - 6x = \frac{2}{5}x^2}$

$5 - 6x = \frac{2}{5}x^2 \Rightarrow \frac{2}{5}x^2 + 6x - 5 = 0$

$\Rightarrow \frac{2x^2+30x-25}{5} = 0$

$\Rightarrow 2x^2 + 30x - 25 = 0$

ಚರಾಕ್ಷರದ ಮಹತ್ತಮ ಘಾತ 2

∴ ಇದು ವರ್ಗಸಮೀಕರಣ

vii. $\boldsymbol{\sqrt{2}x^2 + 3x = 0}$

ಚರಾಕ್ಷರದ ಮಹತ್ತಮ ಘಾತ 2

∴ ಇದು ವರ್ಗಸಮೀಕರಣ

viii. $\boldsymbol{\sqrt{3}x = \frac{22}{13}}$

ಚರಾಕ್ಷರದ ಮಹತ್ತಮ ಘಾತ 1

∴ ಇದು ವರ್ಗಸಮೀಕರಣ ಅಲ್ಲ

ix. $\boldsymbol{x^3 - 10x + 74 = 0}$

ಚರಾಕ್ಷರದ ಮಹತ್ತಮ ಘಾತ 3

∴ ಇದು ವರ್ಗಸಮೀಕರಣ ಅಲ್ಲ

x. $\boldsymbol{x^2 - y^2}$

ಈ ಸಮೀಕರಣದಲ್ಲಿ ಎರಡು ಚರಾಕ್ಷರಗಳಿವೆ.

∴ ಇದು ವರ್ಗಸಮೀಕರಣ ಅಲ್ಲ

2. ಈ ಕೆಳಗಿನ ಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ಸಂಕ್ಷೇಪಿಸಿ ಮತ್ತು ಅವು ವರ್ಗಸಮೀಕರಣಗಳೇ ಎಂದು ಪರೀಕ್ಷಿಸಿ.

i. $\boldsymbol{x(x+6) = 0}$

$x(x+6) = 0$

$\Rightarrow\ x^2 + 6x = 0$

ಚರಾಕ್ಷರದ ಮಹತ್ತಮ ಘಾತ 2

∴ ಇದು ವರ್ಗಸಮೀಕರಣ.

ii. $\boldsymbol{(x-4)(2x-3) = 0}$

$(x-4)(2x-3) = 0$

$\Longrightarrow x(2x-3) - 4(2x-3) = 0$

$\Longrightarrow 2x^2 - 3x - 8x + 12 = 0$

$\Longrightarrow 2x^2 - 11x + 12 = 0$

ಇದು $ax^2 + bx + c = 0$ ರೂಪದಲ್ಲಿದೆ.

∴ ಇದು ವರ್ಗಸಮೀಕರಣ.

iii. $\mathbf{(x+2)(x-7) = 5}$

$(x+2)(x-7) = 5$

$\Longrightarrow x(x-7) + 2(x-7) = 5$

$\Longrightarrow x^2 - 7x + 2x - 14 = 5$

$\Longrightarrow x^2 - 5x - 14 - 5 = 0$

$\Longrightarrow x^2 - 5x - 19 = 0$

ಇದು $ax^2 + bx + c = 0$ ರೂಪದಲ್ಲಿದೆ.

∴ ಇದು ವರ್ಗಸಮೀಕರಣ.

iv. $\boldsymbol{(x+1)^2 = 2(x-3)}$

$(x+1)^2 = 2(x-3)$

$\Longrightarrow x^2 + 2x + 1 = 2x - 6$

$\Longrightarrow x^2 + 2x + 1 - 2x + 6 = 0$

$\Longrightarrow x^2 + 7 = 0$

ಇದು $ax^2 + bx + c = 0$ ರೂಪದಲ್ಲಿದೆ.

∴ ಇದು ವರ್ಗಸಮೀಕರಣ.

v. $\boldsymbol{(2x-1)(x-3) = (x+5)(x-1)}$

$(2x-1)(x-3) = (x+5)(x-1)$

$\Longrightarrow 2x(x-3)-1(x-3)=x(x-1)+5(x-1)$

$\Longrightarrow 2x^2-6x-x+3=x^2-x+5x-5$

$\Longrightarrow 2x^2-7x+3=x^2+4x-5$

$\Longrightarrow 2x^2-7x+3-x^2-4x+5=0$

$\Longrightarrow x^2-11x+8=0$

ಇದು $ax^2+bx+c=0$ ರೂಪದಲ್ಲಿದೆ.

∴ ಇದು ವರ್ಗಸಮೀಕರಣ.

vi. $\boldsymbol{(x+2)^3=2x(x^2-1)}$

$(x+2)^3=2x(x^2-1)$

$\Rightarrow x^3+3(x)(2)(x+2)+2^3=2x^3-2x$

$\Rightarrow x^3+6x(x+2)+8=2x^3-2x$

$\Rightarrow x^3+6x^2+12x+8=2x^3-2x$

$\Rightarrow 2x^3-2x-x^3-6x^2-12x-8=0$

$\Rightarrow x^3-6x^2-14x-8=0$

ಈ ಸಮಿಕರಣದ ಮಹತ್ತಮ ಘಾತ 3

∴ ಇದು ವರ್ಗಸಮೀಕರಣ ಅಲ್ಲ

3. ಈ ಕೆಳಗಿನವುಗಳನ್ನು ವರ್ಗಸಮೀಕರಣ ರೂಪದಲ್ಲಿ ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸಿ.

i. ಎರಡು ಅನುಕ್ರಮ ಪುರ್ಣಾಂಕಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧ 306 ಆಗಿದೆ.

$x(x+1)=306$

$\Longrightarrow x^2+x=306$

$\Longrightarrow \mathbf{x^2+x-306=0}$

ii. ಆಯತಾಕಾರವುಳ್ಳ ಉದ್ಯಾನವನದ ಉದ್ದವು ಅದರ ಅಗಲದ ಎರಡರಷ್ಟಕ್ಕಿಂತ ಒಂದು ಹೆಚ್ಚಾಗಿದೆ ಮತ್ತು ಅದರ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ 528 $\boldsymbol{m^2}$ ಆಗಿದೆ.

ಅಗಲ = $x\ m$; ಉದ್ದ = $2x+1\ m$

$(2x+1)x=528$

$\Longrightarrow \boldsymbol{2x^2+x-528=0}$

iii. ಒಂದು ರೈಲು ಸಮರೂಪ ಜವದಲ್ಲಿ ಚಲಿಸಿ, 480 km . ದೂರವನ್ನು ಕ್ರಮಿಸುತ್ತದೆ. ಅದರ ಜವವನ್ನು ಪ್ರತಿ ಗಂಟೆಗೆ 8 km/hr ನಷ್ಟು ಕಡಿಮೆಗೊಳಿಸಿದಾಗ, ಅಷ್ಟೇ ದೂರವನ್ನು ಕ್ರಮಿಸಲು ರೈಲು 3 ಗಂಟೆ ಹೆಚ್ಚಾಗಿ ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುತ್ತದೆ.

ಕಾಲ $=\frac{\text{ದೂರ}}{\text{ಜವ}}$

$\frac{480}{x-8}-\frac{480}{x}=3$

$\Longrightarrow \frac{480x-480(x-8)}{x(x-8)} = 3$
$\Longrightarrow \frac{480x-480x+3840}{x^2-8x} = 3$
$\Longrightarrow 3840 = 3(x^2 - 8x)$
$\Longrightarrow 3840 = 3x^2 - 24x$
$\Longrightarrow \mathbf{3x^2 - 24x - 3840 = 0}$

Excercise 9.2

1. ಈ ಕೆಳಗಿನ ವರ್ಗ ಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ಶುದ್ಧ ವರ್ಗ ಸಮೀಕರಣಗಳು ಮತ್ತು ಮಿಶ್ರ ವರ್ಗ ಸಮೀಕರಣಗಳಾಗಿ ವರ್ಗೀಕರಿಸಿ.

ಕ್ರ.ಸಂ.	ವರ್ಗ ಸಮೀಕರಣಗಳು	ವಿಧ
1	$x^2 = 100$	ಶುದ್ಧ
2	$x^2 + 6 = 6$	ಶುದ್ಧ
3	$p(p-3) = 1$	ಮಿಶ್ರ
4	$x^2 + 3 = 2x$	ಮಿಶ್ರ
5	$(x+9)(x-9) = 0$	ಶುದ್ಧ
6	$2x^2 = 72$	ಶುದ್ಧ
7	$x^2 - x = 0$	ಮಿಶ್ರ
8	$7x = \frac{35}{x}$	ಶುದ್ಧ
9	$x + \frac{1}{x} = 5$	ಮಿಶ್ರ
10	$4x = \frac{81}{x}$	ಶುದ್ಧ
11	$(2x-5)^2 = 81$	ಮಿಶ್ರ
12	$\frac{(x-4)^2}{18} = \frac{2}{9}$	ಮಿಶ್ರ

2. ವರ್ಗಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸಿ.

   i. $\mathbf{x^2 - 196 = 0}$
   $x^2 - 196 = 0$
   $x^2 = 196$
   $x = \sqrt{196} = \pm 14$
   $\mathbf{x = 15 \ or \ x = -15}$

   ii. $\mathbf{5x^2 = 625}$
   $5x^2 = 625$
   $x^2 = \frac{625}{5}$
   $x^2 = 125$
   $x = \sqrt{125} = \sqrt{25 \times 5} = \pm 5\sqrt{5}$

$\mathbf{x = 5\sqrt{5} or\ x = -5\sqrt{5}}$

iii. $x^2 + 1 = 101$

$x^2 + 1 = 101$

$x^2 = 101 - 1$

$x^2 = 100$

$x = \sqrt{100} = \pm 10$

$\boldsymbol{x = 10\ or\ x = -10}$

iv. $7x = \frac{64}{7x}$

$7x = \frac{64}{7x}$

$49x^2 = 64$

$x^2 = \frac{64}{49}$

$x = \sqrt{\frac{64}{49}} = \pm$

$\boldsymbol{x = \frac{8}{7}\ or\ x = -\frac{8}{7}}$

v. $(x + 8)^2 - 5 = 31$

$(x + 8)^2 - 5 = 31$

$(x + 8)^2 = 31 + 5$

$(x + 8)^2 = 36$

$x + 8 = \sqrt{36}$

$x + 8 = \pm 6$

$x = \pm 6 - 8$

$x = 6 - 8\ or\ \Rightarrow x = -6 - 8$

$\boldsymbol{x = -2\ or\ \Rightarrow x = -14}$

vi. $\boldsymbol{\frac{x^2}{2} - \frac{3}{4} = 7\frac{1}{4}}$

$\frac{x^2}{2} - \frac{3}{4} = 7\frac{1}{4}$

$\frac{x^2}{2} = 7\frac{1}{4} + \frac{3}{4}$

$\frac{x^2}{2} = 8$

$x^2 = 16$

$x = \sqrt{16} = \pm 4$

$\boldsymbol{x = 4\ or\ \Rightarrow x = -4}$

vii. $\boldsymbol{-4x^2 + 324 = 0}$

$-4x^2 + 324 = 0$

$-4x^2 = -324$

$x^2 = \frac{-324}{-4}$

$x^2 = 81$

$x = \sqrt{81} = \pm 9$

$\boldsymbol{x = 9\ or\ \Rightarrow x = -9}$

viii. $\boldsymbol{-37.5x^2 = -37.5}$

$-37.5x^2 = -37.5$

$x^2 = \frac{-37.5}{-37.5}$

$x^2 = 1$

$x = \sqrt{1} = \pm 1$
$\boldsymbol{x = 1\ or\ \Rightarrow x = -1}$

3. ಮುಂದಿನ ಪ್ರತಿ ಸಮೀಕರಣದಲ್ಲಿ ಅವ್ಯಕ್ತ ಪದಕ್ಕೆ ನೀಡಿದ ಬೆಲೆಯು ವರ್ಗಸಮೀಕರಣದ ಪರಿಹಾರವಾಗುವುದೇ ಅಥವಾ ಇಲ್ಲವೇ ಎಂಬುವುದನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

i. $\boldsymbol{x^2 + 14x + 13 = 0 ; x = -1 ,\ x = -13}$

$x^2 + 14x + 13 = 0$
$x = -1 \Rightarrow (-1)^2 + 14(-1) + 13$
$x = 1 - 14 + 13$
$x = 14 - 14 = 0$
$x = -13 \Rightarrow (-13)^2 + 14(-13) + 13$
$x = 169 - 182 + 13$
$x = 182 - 182 = 0$
$\therefore$ **-1 ಮತ್ತು -13 ಗಳು $x^2 + 14x + 13 = 0$ ಸಮೀಕರಣದ ಪರಿಹಾರ**

ii. $\boldsymbol{7x^2 - 12x = 0 ; x = \frac{1}{3}}$

$7x^2 - 12x = 0$
$x = \frac{1}{3} \Rightarrow 7\left(\frac{1}{3}\right)^2 - 12\left(\frac{1}{3}\right)$
$x = \frac{7}{9} - 4$
$x = \frac{7-36}{9} = \frac{-29}{9} \neq 0$
$\therefore$ **$\frac{1}{3}$ ಇದು ವರ್ಗಸಮೀಕರಣ $7x^2 - 12x = 0$ ಇದರ ಪರಿಹಾರ ಅಲ್ಲ.**

iii. $\boldsymbol{2m^2 - 6m + 3 = 0 ; m = \frac{1}{2}}$

$2m^2 - 6m + 3 = 0$
$m = \frac{1}{2} \Rightarrow 2\left(\frac{1}{2}\right)^2 - 6\left(\frac{1}{2}\right) + 3$
$m = 2\left(\frac{1}{4}\right) - 3 + 3$
$m = \frac{1}{2} \neq 0$
$\therefore$ **$\frac{1}{2}$ ಇದು ವರ್ಗಸಮೀಕರಣ $2m^2 - 6m + 3 = 0$ ಇದರ ಪರಿಹಾರ ಅಲ್ಲ.**

iv. $\boldsymbol{y^2 + \sqrt{2}y - 4 = 0 ; y = 2\sqrt{2}}$

$y^2 + \sqrt{2}y - 4 = 0$
$y = 2\sqrt{2} \Rightarrow \left(2\sqrt{2}\right)^2 + \sqrt{2}\left(2\sqrt{2}\right) - 4$
$y = 4(2) + 2(2) - 4$
$y = 8 + 4 - 4$
$y = 8 \neq 0$
$\therefore$ **$2\sqrt{2}$ ಇದು ವರ್ಗ ಸಮೀಕರಣ $y^2 + \sqrt{2}y - 4 = 0$ ಇದರ ಪರಿಹಾರ ಅಲ್ಲ**

v. $\boldsymbol{\frac{x}{x+2} = \frac{1}{2} ; x = 2, x = 1}$

$\frac{x}{x+2} = \frac{1}{2}$
$x = 2 \Rightarrow \frac{2}{2+2} = \frac{1}{2}$
$x \Rightarrow \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

$x \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$

$x = 1 \Rightarrow \frac{1}{1+2} = \frac{1}{2}$

$x \Rightarrow \frac{1}{3} \neq \frac{1}{2}$

$\therefore$ **2 ಇದು ವರ್ಗ ಸಮೀಕರಣ $\frac{x}{x+2} = \frac{1}{2}$ ಇದರ ಪರಿಹಾರ.**

$\therefore$ **1 ಇದು ವರ್ಗ ಸಮೀಕರಣ $\frac{x}{x+2} = \frac{1}{2}$ ಇದರ ಪರಿಹಾರ ಅಲ್ಲ.**

vi. $\boldsymbol{6x^2 - x - 2 = 0\ ;\ x = -\frac{1}{2}\ ,\ x = \frac{2}{3}}$

$6x^2 - x - 2 = 0$

$x = -\frac{1}{2} \Rightarrow 6\left(-\frac{1}{2}\right)^2 - \left(-\frac{1}{2}\right) - 2$

$x = 6\left(\frac{1}{4}\right) + \frac{1}{2} - 2$

$x = \frac{3}{2} + \frac{1}{2} - 2$

$x = \frac{3+1-4}{2} = \frac{0}{2} = 0$

$x = \frac{2}{3} \Rightarrow 6\left(\frac{2}{3}\right)^2 - \left(\frac{2}{3}\right) - 2$

$x = 6\left(\frac{4}{9}\right) - \frac{2}{3} - 2$

$x = \frac{8}{3} - \frac{2}{3} - 2$

$x = \frac{8-2-6}{3} = \frac{0}{3} = 0$

$\therefore$ **$-\frac{1}{2}$ ಮತ್ತು $\frac{2}{3}$ ಗಳು ವರ್ಗ ಸಮೀಕರಣ $6x^2 - x - 2 = 0$ ಇದರ ಪರಿಹಾರ**

4. (i) **$A = \pi r^2$ ಆದರೆ r ನ್ನು ಬಿಡಿಸಿ. $A = 77$ ಮತ್ತು $\pi = \frac{22}{7}$ ಆದರೆ 'r' ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.**

$A = \pi r^2$

$\Longrightarrow \pi r^2 = A$

$\Longrightarrow r^2 = \frac{A}{\pi}$

$\Longrightarrow r = \pm\sqrt{\frac{A}{\pi}}$

$\Longrightarrow r = \pm\sqrt{\frac{77}{\frac{22}{7}}}$

$\Longrightarrow r = \pm\sqrt{77 \times \frac{7}{22}}$

$\Longrightarrow r = \pm\sqrt{7 \times \frac{7}{2}}$

$\Longrightarrow \boldsymbol{r = \pm\sqrt{\frac{49}{2}} = \pm\frac{7}{\sqrt{2}}}$

(ii). $\boldsymbol{r^2 = l^2 + d^2}$ ಆದರೆ $\boldsymbol{d}$ ಯನ್ನು ಬಿಡಿಸಿ, $\boldsymbol{r = 5}$ ಮತ್ತು $\boldsymbol{l = 4}$ ಆದರೆ $'\boldsymbol{d}'$ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

$r^2 = l^2 + d^2$
$\Longrightarrow l^2 + d^2 = r^2$
$\Longrightarrow d^2 = r^2 - l^2$
$\Longrightarrow d = \pm\sqrt{r^2 - l^2}$
$\Longrightarrow d = \pm\sqrt{5^2 - 4^2}$
$\Longrightarrow d = \pm\sqrt{25 - 16}$
$\Longrightarrow \boldsymbol{d = \pm\sqrt{9} = \pm 3}$

(iii). $\boldsymbol{c^2 = a^2 + b^2}$ ಆದರೆ, $\boldsymbol{b}$ ಯನ್ನು ಬಿಡಿಸಿ $\boldsymbol{a = 8}$ ಮತ್ತು $\boldsymbol{c = 17}$ ಆದರೆ $'\boldsymbol{b}'$ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

$c^2 = a^2 + b^2$
$\Longrightarrow a^2 + b^2 = c^2$
$\Longrightarrow b^2 = c^2 - a^2$
$\Longrightarrow b = \pm\sqrt{c^2 - a^2}$
$\Longrightarrow d = \pm\sqrt{17^2 - 8^2}$
$\Longrightarrow d = \pm\sqrt{289 - 64}$
$\Longrightarrow \boldsymbol{d = \pm\sqrt{225} = \pm 15}$

(iv). $\boldsymbol{A = \frac{\sqrt{3}a^2}{4}}$ ಆದರೆ $\boldsymbol{a'}$ ಯನ್ನು ಬಿಡಿಸಿ. $\boldsymbol{A = 16\sqrt{3}}$ ಆದರೆ $\boldsymbol{a}$' ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

$A = \frac{\sqrt{3}a^2}{4}$

$\Longrightarrow \frac{\sqrt{3}a^2}{4} = A$

$\Longrightarrow \sqrt{3}a^2 = 4A$

$\Longrightarrow a^2 = \frac{4A}{\sqrt{3}}$

$\Longrightarrow a = \pm\sqrt{\frac{4A}{\sqrt{3}}}$

$\Longrightarrow a = \pm\sqrt{\frac{4\times16\sqrt{3}}{\sqrt{3}}}$

$\Longrightarrow \boldsymbol{a = \pm\sqrt{64} = \pm 8}$

(v). $\boldsymbol{k = \frac{1}{2}mv^2}$ ಆದರೆ solve for $'\boldsymbol{v}'$ ಯನ್ನು ಬಿಡಿಸಿ, $\boldsymbol{k = 100}$ ಮತ್ತು $\boldsymbol{m = 2}$ ಆದರೆ $'\boldsymbol{v}'$ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

$k = \frac{1}{2}mv^2$
$\Longrightarrow \frac{1}{2}mv^2 = k$
$\Longrightarrow mv^2 = 2k$
$\Longrightarrow v^2 = \frac{2k}{m}$
$\Longrightarrow v = \pm\sqrt{\frac{2k}{m}}$

$\Rightarrow v = \pm\sqrt{\frac{2\times100}{2}}$

$\Rightarrow \boldsymbol{v = \pm\sqrt{100} = \pm 10}$

(vi). $\boldsymbol{v^2 = u^2 + 2as}$ solve for $\boldsymbol{v}$ and find the value of $\boldsymbol{v}$ if $\boldsymbol{u = 0, a = 2, s = 100}$

$\boldsymbol{v^2 = u^2 + 2as}$

$\Rightarrow v = \pm\sqrt{u^2 + 2as}$

$\Rightarrow v = \pm\sqrt{0^2 + 2\times 2\times 100}$

$\Rightarrow v = \pm\sqrt{0 + 400}$

$\Rightarrow \boldsymbol{v = \pm\sqrt{400} = \pm 20}$

EXERCISE 9.3

ಅಪವರ್ತನ ವಿಧಾನದಿಂದ ವರ್ಗಮೂಲ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

1. $\mathbf{x^2 + 15x + 50 = 0}$

$x^2 + 15x + 50 = 0$

$\Rightarrow x^2 + 10x + 5x + 50 = 0$ $\quad [10 + 5 = 15, 10\times 5 = 50]$

$\Rightarrow x(x + 10) + 5(x + 10) = 0$

$\Rightarrow (x + 10)(x + 5) = 0$

$\Rightarrow (x + 10) = 0 \; or \; (x + 5) = 0$

$\Rightarrow x = -10 \; or \; x = -5$

2. $\boldsymbol{6 - p^2 = p}$

$6 - p^2 = p$

$\Rightarrow p^2 + p - 6 = 0$

$\Rightarrow p^2 + 3p - 2p - 6 = 0$ $\quad [+3 - 2 = 1, 3\times -2 = -6]$

$\Rightarrow p(p + 3) - 2(p + 3) = 0$

$\Rightarrow (p + 3)(p - 2) = 0$

$\Rightarrow (p + 3) = 0 \; or \; (p - 2) = 0$

$\Rightarrow \boldsymbol{p = -3 \; or \; p = 2}$

3. $100x^2 - 20x + 1 = 0$

$100x^2 - 20x + 1 = 0$

$\Rightarrow \boldsymbol{100x^2 - 10x - 10x + 1 = 0}$ $\quad [-10 - 10 = -20, 100\times 1 = 100]$

$\Rightarrow 10x(10x - 1) - 1(10x - 1) = 0$

$\Rightarrow (10x - 1)(10x - 1) = 0$

$\Rightarrow (10x - 1) = 0 \; or \; (10x - 1) = 0$

$\Rightarrow 10x = 1 \; or \; 10x = 1$

$\Rightarrow \boldsymbol{x = \frac{1}{10} \; or \; x = \frac{1}{10}}$

4. $\boldsymbol{\sqrt{2}x^2 + 7x + 5\sqrt{2} = 0}$

$\sqrt{2}x^2 + 7x + 5\sqrt{2} = 0$

$\Longrightarrow \sqrt{2}x^2 + 5x + 2x + 5\sqrt{2} = 0$ [$+5 + 2 = 7, 5 \times 2 = 10$]

$\Longrightarrow x(\sqrt{2}x + 5) + \sqrt{2}(\sqrt{2}x + 5) = 0$

$\Longrightarrow (x + \sqrt{2})(\sqrt{2}x + 5) = 0$

$\Longrightarrow (x + \sqrt{2}) = 0$ *or* $(\sqrt{2}x + 5) = 0$

$\Longrightarrow \boldsymbol{x = -\sqrt{2}}$ ***or*** $\boldsymbol{\sqrt{2}x = -5 \Longrightarrow x = \frac{-5}{\sqrt{2}}}$

5. $\boldsymbol{x^2 + 4kx + 4k^2 = 0}$

$x^2 + 4kx + 4k^2 = 0$

$\Longrightarrow x^2 + 2kx + 2kx + 4k^2 = 0$ [$+2k + 2k = 4k, 2k \times 2k = 4k^2$]

$\Longrightarrow x(x + 2k) + 2k(x + 2k) = 0$

$\Longrightarrow (x + 2k)(x + 2k) = 0$

$\Longrightarrow (x + 2k) = 0$ *or* $(x + 2k) = 0$

$\Longrightarrow \boldsymbol{x = -2k}$ ***or*** $\boldsymbol{x = -2k}$

6. $\boldsymbol{m - \frac{7}{m} = 6}$

$m - \frac{7}{m} = 6$

$\Longrightarrow m - \frac{7}{m} = 6$

$\Longrightarrow \frac{m^2 - 7}{m} = 6$

$\Longrightarrow m^2 - 7 = 6m$

$\Longrightarrow m^2 - 6m - 7 = 0$

$\Longrightarrow m^2 - 7m + m - 7 = 0$ [$-7 + 1 = -6, -7 \times 1 = -7$]

$\Longrightarrow m(m - 7) + 1(m - 7) = 0$

$\Longrightarrow (m - 7)(m + 1) = 0$

$\Longrightarrow (m - 7) = 0$ *or* $(m + 1) = 0$

$\Longrightarrow \boldsymbol{m = 7}$ ***or*** $\boldsymbol{m = -1}$

7. $\boldsymbol{0.2t^2 - 0.04t = 0.03}$

$0.2t^2 - 0.04t = 0.03$

$\Rightarrow 100(0.2t^2 - 0.04t) = 100 \times 0.03$

$\Rightarrow 20t^2 - 4t = 3$

$\Rightarrow 20t^2 - 4t - 3 = 0$

$\Rightarrow 20t^2 - 10t + 6t - 3 = 0$ [$-10 + 6 = -4, -10 \times 6 = -60$]

$\Rightarrow 10t(2t - 1) + 3(2t - 1) = 0$

$\Rightarrow (2t - 1)(10t + 3) = 0$

$\Rightarrow (2t - 1) = 0$ *or* $(10t + 3) = 0$

$\Rightarrow 2t = 1$ *or* $10t = -3$

$\Rightarrow \boldsymbol{t = \frac{1}{2}}$ ***or*** $\boldsymbol{t = \frac{-3}{10}}$

8. $\sqrt{5}x^2 + 2x = 3\sqrt{5}$

$\sqrt{5}x^2 + 2x = 3\sqrt{5}$

$\Longrightarrow \sqrt{5}x^2 + 2x - 3\sqrt{5} = 0$

$\Longrightarrow \sqrt{5}x^2 + 5x - 3x - 3\sqrt{5} = 0$

$\Longrightarrow \sqrt{5}x(x + \sqrt{5}) - 3(x + \sqrt{5}) = 0$ [$+5 - 3 = 2, +5 \times -3 = 15$]

$\Longrightarrow (x + \sqrt{5})(\sqrt{5}x - 3) = 0$

$\Longrightarrow (x + \sqrt{5})(\sqrt{5}x - 3) = 0$

$\Rightarrow (x+\sqrt{5}) = 0 \; or \; (\sqrt{5}x - 3) = 0$

$\Rightarrow \boldsymbol{x = -\sqrt{5} \; or \; \sqrt{5}x = 3 \Rightarrow x = \frac{3}{\sqrt{5}}}$

9. $\boldsymbol{\frac{x}{x+1} + \frac{x+1}{x} = \frac{34}{15}}$

$\frac{x}{x+1} + \frac{x+1}{x} = \frac{34}{15}$

$\Rightarrow \frac{x^2+(x+1)^2}{x(x+1)} = \frac{34}{15}$

$\Rightarrow \frac{x^2+x^2+2x+1}{x^2+x} = \frac{34}{15}$

$\Rightarrow \frac{2x^2+2x+1}{x^2+x} = \frac{34}{15}$

$\Rightarrow 34(x^2+x) = 15(2x^2+2x+1)$

$\Rightarrow 34x^2+34x = 30x^2+30x+15$

$\Rightarrow 34x^2+34x-30x^2-30x-15 = 0$

$\Rightarrow 4x^2+4x-15 = 0$

$\Rightarrow 4x^2+10x-6x-15 = 0 \qquad [+10-6=4, +10\times -6 = -60]$

$\Rightarrow 2x(2x+5)-3(2x+5) = 0$

$\Rightarrow (2x+5)(2x-3) = 0$

$\Rightarrow (2x+5) = 0 \; or \; (2x-3) = 0$

$\Rightarrow 2x = -5 \; or \; 2x = 3$

$\Rightarrow \boldsymbol{x = \frac{-5}{2} \; or \; x = \frac{3}{2}}$

10. $\boldsymbol{\frac{x-1}{x-2} + \frac{x-3}{x-4} = 3\frac{1}{3}}$

$\frac{x-1}{x-2} + \frac{x-3}{x-4} = 3\frac{1}{3}$

$\Rightarrow \frac{(x-1)(x-4)+(x-2)(x-3)}{(x-2)(x-4)} = \frac{10}{3}$

$\Rightarrow \frac{x^2-5x+4+x^2-5x+6}{x^2-6x+8} = \frac{10}{3}$

$\Rightarrow \frac{2x^2-10x+10}{x^2-6x+8} = \frac{10}{3}$

$\Rightarrow 10(x^2-6x+8) = 3(2x^2-10x+10)$

$\Rightarrow 10x^2-60x+80 = 6x^2-30x+30$

$\Rightarrow 10x^2-60x+80-6x^2+30x-30 = 0$

$\Rightarrow 4x^2-30x+50 = 0$

$\Rightarrow 2(2x^2-15x+25) = 0$

$\Rightarrow 2x^2-15x+25 = 0$

$\Rightarrow 2x^2-10x-5x+25 = 0$

$\Rightarrow 2x(x-5)-5(x-5) = 0$

$\Rightarrow (x-5)(2x-5) = 0$

$\Rightarrow (x-5) = 0 \; or (2x-5) = 0$

$\Rightarrow \boldsymbol{x = 5 \; or \; 2x = 5 \Rightarrow x = \frac{5}{2}}$

11. $\boldsymbol{a^2b^2x^2-(a^2+b^2)x+1=0}$

$a^2b^2x^2-(a^2+b^2)x+1=0$
$\Rightarrow a^2b^2x^2-a^2x-b^2x+1=0$
$\Rightarrow a^2x(b^2x-1)-1(b^2x-1)=0$
$\Rightarrow (b^2x-1)(a^2x-1)=0$
$\Rightarrow (b^2x-1)=0\ or (a^2x-1)=0$
$\Rightarrow\ b^2x=1\ or\ a^2x=1$
$\Rightarrow\ \boldsymbol{x=\frac{1}{b^2}\ or\ x=\frac{1}{a^2}}$

12. $\boldsymbol{22x-3=\sqrt{2x^2-2x+21}}$

$2x-3=\sqrt{2x^2-2x+21}$
$\Rightarrow (\ 2x-3)^2=\left(\sqrt{2x^2-2x+21}\right)^2$
$\Rightarrow\ 4x^2-12x+9=2x^2-2x+21$
$\Rightarrow\ 4x^2-12x+9-2x^2+2x-21=0$
$\Rightarrow\ 2x^2-10x-12=0$
$\Rightarrow\ 2(x^2-5x-6)=0$
$\Rightarrow\ x^2-5x-6=0$
$\Rightarrow\ x^2-6x+x-6=0$
$\Rightarrow\ x(x-6)+1(x-6)=0$
$\Rightarrow\ (x-6)(x+1)=0$
$\Rightarrow\ (x-6)=0\ or\ (x+1)=0$
$\Rightarrow\ \boldsymbol{x=6\ or\ x=-1}$

Exercise 9.4

1.ಕೆಳಗಿನ ವರ್ಗಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ವರ್ಗಪೂರ್ಣ ಮಾಡುವ ವಿಧಾನದಿಂದ ಬಿಡಿಸಿ.

i. $\boldsymbol{4x^2-20x+9=0}$

$4x^2-20x+9=0$
$\Rightarrow 4x^2-20x=-9$
$\Rightarrow 4(4x^2-20x)=4\times-9$
$\Rightarrow 16x^2-80x=-36$
$\Rightarrow 16x^2-80x+100=-36+100$
$\Rightarrow (4x-10)^2=64$
$\Rightarrow 4x-10=\sqrt{64}$
$\Rightarrow 4x-10=\pm 8$
$\Rightarrow 4x=\pm 8+10$
$\Rightarrow 4x=8+10\ or\ 4x=-8+10$
$\Rightarrow 4x=18\ or\ 4x=2$
$\Rightarrow x=\frac{18}{4}\ or\ x=\frac{2}{4}$
$\Rightarrow \boldsymbol{x=\frac{9}{2}\ or\ x=\frac{1}{2}}$

$2ab=80x$
$2\times 4x\times b=80x$
$b=\frac{80x}{8x}=10$
$b^2=100$

ii. $\boldsymbol{4x^2+x-5=0}$

$4x^2+x-5=0$
$4x^2+x=5$
$\Rightarrow 4(4x^2+x)=4\times 5$
$\Rightarrow 16x^2+4x=20$
$\Rightarrow 16x^2+4x+\frac{1}{4}=20+\frac{1}{4}$
$\Rightarrow \left(4x+\frac{1}{2}\right)^2=\frac{81}{4}$

$2ab=4x$
$2\times 4x\times b=4x$
$b=\frac{4x}{8x}=\frac{1}{2}$
$b^2=\frac{1}{4}$

$\Longrightarrow 4x + \frac{1}{2} = \sqrt{\frac{81}{4}}$
$\Longrightarrow 4x + \frac{1}{2} = \pm\frac{9}{2}$
$\Longrightarrow 4x = \pm\frac{9}{2} - \frac{1}{2}$
$\Longrightarrow 4x = +\frac{9}{2} - \frac{1}{2}$ or $4x = -\frac{9}{2} - \frac{1}{2}$
$\Longrightarrow 4x = \frac{9-1}{2}$ or $4x = \frac{-9-1}{2}$
$\Longrightarrow 4x = \frac{8}{2}$ $or 4\,x = \frac{-10}{2}$
$\Longrightarrow 4x = 4$ or $4\,x = -5$
$\Longrightarrow x = \frac{4}{4}$ or $x = \frac{-5}{4}$
$\Longrightarrow \boldsymbol{x = 1}$ $\boldsymbol{or}$ $\boldsymbol{x = \frac{-5}{4}}$

iii. $\boldsymbol{2x^2 + 5x - 3 = 0}$

$2x^2 + 5x - 3 = 0$
$\Longrightarrow 2x^2 + 5x = 3$
$\Longrightarrow 2(2x^2 + 5x) = 2 \times 3$
$\Longrightarrow 4x^2 + 10x = 6$
$\Longrightarrow 4x^2 + 10x + \frac{25}{4} = 6 + \frac{25}{4}$
$\Longrightarrow \left(2x + \frac{5}{2}\right)^2 = \frac{49}{4}$
$\Longrightarrow 2x + \frac{5}{2} = \sqrt{\frac{49}{4}}$
$\Longrightarrow 2x + \frac{5}{2} = \pm\frac{7}{2}$
$\Longrightarrow 2x = \pm\frac{7}{2} - \frac{5}{2}$
$\Longrightarrow 2x = +\frac{7}{2} - \frac{5}{2}$ or $4x = -\frac{7}{2} - \frac{5}{2}$
$\Longrightarrow 2x = \frac{7-5}{2}$ or $2x = \frac{-7-5}{2}$
$\Longrightarrow 2x = \frac{2}{2}$ or $2\,x = \frac{-12}{2}$
$\Longrightarrow 2x = 1$ or $2\,x = -6$
$\Longrightarrow x = \frac{1}{2}$ or $x = \frac{-6}{2}$
$\Longrightarrow \boldsymbol{x = \frac{1}{2}}$ $\boldsymbol{or}$ $\boldsymbol{x = -3}$

$2ab = 10x$

$2 \times 2x \times b = 10x$

$b = \frac{10x}{4x} = \frac{5}{2}$

$b^2 = \frac{25}{4}$

iv. $\boldsymbol{x^2 + 16x - 9 = 0}$

$x^2 + 16x - 9 = 0$
$\Longrightarrow x^2 + 16x = 9$
$\Longrightarrow x^2 + 16x + 64 = 9 + 64$
$\Longrightarrow (x + 8)^2 = 73$
$\Longrightarrow x + 8 = \pm\sqrt{73}$
$\Longrightarrow x = -8 \pm \sqrt{73}$
$\Longrightarrow \boldsymbol{x = -8 + \sqrt{73}}$ $\boldsymbol{or}$ $\boldsymbol{x = -8 - \sqrt{73}}$

$2ab = 16x$

$2 \times x \times b = 16x$

$b = \frac{16x}{2x} = 8$

$b^2 = 64$

v. $\boldsymbol{x^2 - 3x + 1 = 0}$

$x^2 - 3x + 1 = 0$
$\Longrightarrow x^2 - 3x = -1$
$\Longrightarrow x^2 - 3x + \frac{9}{4} = -1 + \frac{9}{4}$

$\Longrightarrow \left(x-\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{-4+9}{4}$

$\Longrightarrow \left(x-\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{5}{4}$

$\Longrightarrow x-\frac{3}{2} = \pm\sqrt{\frac{5}{4}}$

$\Longrightarrow x = \frac{3}{2} \pm \frac{\sqrt{5}}{2}$

$\Longrightarrow x = \frac{3\pm\sqrt{5}}{2}$

$\Longrightarrow \boldsymbol{x = \frac{3+\sqrt{5}}{2}}$ ***or*** $\boldsymbol{x = \frac{3-\sqrt{5}}{2}}$

$2ab = 3x$

$2 \times x \times b = 3x$

$b = \frac{3x}{2x} = \frac{3}{2}$

$b^2 = \frac{9}{4}$

vi. $\boldsymbol{t^2 + 3t = 7}$

$t^2 + 3t = 7$

$\Longrightarrow t^2 + 3t + \frac{9}{4} = 7 + \frac{9}{4}$

$\Longrightarrow \left(t+\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{37}{4}$

$\Longrightarrow t+\frac{3}{2} = \pm\sqrt{\frac{37}{4}}$

$\Longrightarrow t = -\frac{3}{2} \pm \frac{\sqrt{37}}{2}$

$\Longrightarrow t = \frac{-3\pm\sqrt{37}}{2}$

$\Longrightarrow \mathbf{t} = \frac{\mathbf{-3+\sqrt{37}}}{\mathbf{2}}$ **or t** $= \frac{\mathbf{-3-\sqrt{37}}}{\mathbf{2}}$

$2ab = 3t$

$2 \times t \times b = 3x$

$b = \frac{3t}{2t} = \frac{3}{2}$

$b^2 = \frac{9}{4}$

Exercise 9.5

ಈ ಕೆಳಗಿನ ವರ್ಗಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ಸೂತ್ರದ ಸಹಾಯದಿಂದ ಬಿಡಿಸಿ.

1. $\boldsymbol{x^2 - 4x + 2 = 0}$

$x^2 - 4x + 2 = 0$

$x = x, a = 1, b = -4, c = 2$

$x = \frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

$x = \frac{-(-4)\pm\sqrt{(-4)^2-4(1)(2)}}{2(1)}$

$x = \frac{4\pm\sqrt{16-8}}{2}$

$x = \frac{4\pm\sqrt{8}}{2}$

$x = \frac{4\pm\sqrt{4\times2}}{2}$

$x = \frac{4\pm2\sqrt{2}}{2}$

$x = \frac{2(2\pm\sqrt{2})}{2}$

$x = 2 \pm \sqrt{2}$

$\boldsymbol{x = 2 + \sqrt{2}}$ **or** $\boldsymbol{x = 2 - \sqrt{2}}$

2. $\boldsymbol{x^2 - 2x + 4 = 0}$

$x^2 - 2x + 4 = 0$

$x = x, a = 1, b = -2, c = 4$

$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

$x = \frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 - 4(1)(4)}}{2(1)}$

$x = \frac{2 \pm \sqrt{4 - 16}}{2}$

$x = \frac{2 \pm \sqrt{-12}}{2}$

$x = \frac{2 \pm \sqrt{4 \times -3}}{2}$

$x = \frac{2 \pm 2\sqrt{-3}}{2}$

$x = \frac{2(1 \pm \sqrt{-3})}{2}$

$x = 1 \pm \sqrt{-3}$

$\boldsymbol{x = 1 + \sqrt{-3}}$ **or** $\boldsymbol{x = 1 - \sqrt{-3}}$

3. $\boldsymbol{2y^2 + 6y = 3}$

$2y^2 + 6y = 3$

$2y^2 + 6y - 3 = 0$

$x = y, a = 2, b = 6, c = -3$

$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

$y = \frac{-6 \pm \sqrt{6^2 - 4(2)(-3)}}{2(2)}$

$y = \frac{-6 \pm \sqrt{36 + 24}}{4}$

$y = \frac{-6 \pm \sqrt{60}}{4}$

$y = \frac{-6 \pm \sqrt{4 \times 15}}{4}$

$y = \frac{-6 \pm 2\sqrt{15}}{4}$

$y = \frac{2(-3 \pm \sqrt{15})}{4}$

$y = \frac{-3 \pm \sqrt{15}}{2}$

$\boldsymbol{y = \frac{-3 + \sqrt{15}}{2}}$ **or** $\boldsymbol{y = \frac{-3 - \sqrt{15}}{2}}$

4. $\boldsymbol{15m^2 - 11m + 2 = 0}$

$15m^2 - 11m + 2 = 0$

$x = m, a = 15, b = -11, c = 2$

$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

$m = \frac{-(-11) \pm \sqrt{(-11)^2 - 4(15)(2)}}{2(15)}$

$m = \frac{11 \pm \sqrt{121 - 120}}{30}$

$m = \frac{11 \pm \sqrt{1}}{30}$

$m = \frac{11 \pm 1}{30}$

$m = \frac{11+1}{30}$ or $m = \frac{11-1}{30}$

$m = \frac{12}{30}$ or $m = \frac{10}{30}$

$\boldsymbol{m = \frac{2}{5}}$ **or** $\boldsymbol{m = \frac{1}{3}}$

5. $\boldsymbol{8r^2 = r + 2}$

$8r^2 = r + 2$

$8r^2 - r - 2 = 0$

$x = r\,, a = 8, b = -1\,, c = -2$

$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

$r = \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2-4(8)(-2)}}{2(8)}$

$r = \frac{1 \pm \sqrt{1+64}}{16}$

$r = \frac{1 \pm \sqrt{65}}{16}$

$\boldsymbol{r = \frac{1+\sqrt{65}}{16}}$ ***or*** $\boldsymbol{r = \frac{1-\sqrt{65}}{16}}$

6. $\boldsymbol{(2x+3)(3x-2) + 2 = 0}$

$(2x+3)(3x-2) + 2 = 0$

$6x^2 + 9x - 4x - 6 + 2 = 0$

$6x^2 + 5x - 4 = 0$

$x = x\,, a = 6, b = 5\,, c = -4$

$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

$x = \frac{-5 \pm \sqrt{5^2-4(6)(-4)}}{2(6)}$

$x = \frac{-5 \pm \sqrt{25+96}}{12}$

$x = \frac{-5 \pm \sqrt{121}}{12}$

$x = \frac{-5 \pm 11}{4}$

$x = \frac{-5+11}{12}$ or $x = \frac{-5-11}{12}$

$x = \frac{6}{12}$ or $x = \frac{-16}{12}$

$\boldsymbol{x = \frac{1}{2}}$ ***or*** $\boldsymbol{x = \frac{-4}{3}}$

7. $\boldsymbol{a(x^2+1) = x(a^2+1)}$

$a(x^2+1) = x(a^2+1)$

$ax^2 + a = a^2x + x$

$ax^2 + a - a^2x - x = 0$

$ax^2 - (a^2+1)x + a = 0$

$x = x, a = a\,, b = -(a^2+1), c = a$

$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

$x = \frac{-[-(a^2+1)] \pm \sqrt{[-(a^2+1)]^2-4(a)(a)}}{2a}$

$x = \frac{(a^2+1) \pm \sqrt{a^4+2a^2+1-4a^2}}{2a}$

$x = \frac{(a^2+1) \pm \sqrt{a^4-2a^2+1}}{2a}$

$x = \frac{(a^2+1)\pm\sqrt{(a^2-1)^2}}{2a}$

$x = \frac{(a^2+1)\pm(a^2-1)}{2a}$

$x = \frac{(a^2+1)+(a^2-1)}{2a}$ or $x = \frac{(a^2+1)-(a^2-1)}{2a}$

$x = \frac{a^2+1+a^2-1}{2a}$ or $x = \frac{a^2+1-a^2+1}{2a}$

$x = \frac{a^2+a^2}{2a}$ or $x = \frac{1+1}{2a}$

$x = \frac{2a^2}{2a}$ or $x = \frac{2}{2a}$

$\boldsymbol{x = a \text{ or } x = \frac{1}{a}}$

8. $\boldsymbol{x^2 + 8x - 6 = 0}$

$x = x, a = 1, b = 8, c = 6$

$x = \frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

$x = \frac{-(8)\pm\sqrt{(8)^2-4(1)(6)}}{2(1)}$

$x = \frac{-8\pm\sqrt{64-24}}{2}$

$x = \frac{-8\pm\sqrt{40}}{2}$

$\boldsymbol{x = \frac{-8+\sqrt{4(10)}}{2}}$

$\boldsymbol{x = \frac{-8+2\sqrt{10}}{2}}$

$\boldsymbol{x = \frac{2(-4+\sqrt{10})}{2}}$

$\boldsymbol{x = -4 + \sqrt{10}}$

ಶೋಧಕ	ಮೂಲಗಳ ಸ್ವಭಾವ
$\Delta = 0$	ವಾಸ್ತವ ಮತ್ತು ಸಮ
$\Delta > 0$	ವಾಸ್ತವ ಮತ್ತು ಭಿನ್ನ
$\Delta < 0$	ವಾಸ್ತವ ಮೂಲಗಳಿಲ್ಲ(ಊಹಾ ಮೂಲಗಳು)

Excercise 9.6

A. ಕೆಳಗಿನ ವರ್ಗಸಮೀಕರಣದ ಮೂಲಗಳ ಸ್ವಭಾವವನ್ನು ವಿವೇಚಿಸಿ.

i. $\boldsymbol{y^2 - 7y + 2 = 0}$

$y^2 - 7y + 2 = 0$

$a = 1, b = -7, c = 2$

$\Delta = b^2 - 4ac$

$\Delta = (-7)^2 - 4(1)(2)$

$\Delta = 49 - 8$

$\Delta = 41$

$\Delta > 0$

$\therefore$ ವಾಸ್ತವ ಮತ್ತು ಭಿನ್ನ

ii. $\boldsymbol{x^2 - 2x + 3 = 0}$
$x^2 - 2x + 3 = 0$
$a = 1, b = -2, c = 3$
$\Delta = b^2 - 4ac$
$\Delta = (-2)^2 - 4(1)(3)$
$\Delta = 4 - 12$
$\Delta = -8$
$\Delta < 0$
$\therefore$ ವಾಸ್ತವ ಮೂಲಗಳಿಲ್ಲ(ಊಹಾ ಮೂಲಗಳು)

iii. $\boldsymbol{2n^2 + 5n - 1 = 0}$
$2n^2 + 5n - 1 = 0$
$a = 2, b = 5, c = -1$
$\Delta = b^2 - 4ac$
$\Delta = 5^2 - 4(2)(-1)$
$\Delta = 25 + 8$
$\Delta = 33$
$\Delta > 0$
$\therefore$ ವಾಸ್ತವ ಮತ್ತು ಭಿನ್ನ

iv. $\boldsymbol{a^2 + 4a + 4 = 0}$
$a^2 + 4a + 4 = 0$
$a = 1, b = 4, c = 4$
$\Delta = b^2 - 4ac$
$\Delta = 4^2 - 4(1)(4)$
$\Delta = 16 - 16$
$\Delta = 0$
$\therefore$ ವಾಸ್ತವ ಮತ್ತು ಸಮ

v. $\boldsymbol{x^2 + 3x - 4 = 0}$
$x^2 + 3x - 4 = 0$
$a = 1, b = 3, c = -4$
$\Delta = b^2 - 4ac$
$\Delta = 3^2 - 4(1)(-4)$
$\Delta = 9 + 16$
$\Delta = 25$
$\Delta > 0$
$\therefore$ ವಾಸ್ತವ ಮತ್ತು ಭಿನ್ನ

vi. $\boldsymbol{3d^2 - 2d + 1 = 0}$
$3d^2 - 2d + 1 = 0$
$a = 3, b = -2, c = 1$
$\Delta = b^2 - 4ac$
$\Delta = (-2)^2 - 4(3)(1)$
$\Delta = 4 - 12$
$\Delta = -8$
$\Delta < 0$
$\therefore$ ವಾಸ್ತವ ಮೂಲಗಳಿಲ್ಲ(ಊಹಾ ಮೂಲಗಳು)

B. m' ನ ಯಾವ ಧನಾತ್ಮಕ ಬೆಲೆಗಳಿಗೆ ಈ ಕೆಳಗಿನ ವರ್ಗಸಮೀಕರಣಗಳ ಮೂಲಗಳು

(i) ಸಮವಾಗಿರುತ್ತವೆ (2) ಭಿನ್ನವಾಗಿರುತ್ತವೆ (3) ಊಹಾ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಾಗಿರುತ್ತವೆ?

i. $\boldsymbol{a^2 - ma + 1 = 0}$

$a^2 - ma + 1 = 0$

$a = 1, b = -m, c = 1$

$\Delta = b^2 - 4ac$

$\Delta = (-m)^2 - 4(1)(1)$

$\Delta = m^2 - 4$

(1) ಮೂಲಗಳು ಸಮವಾಗಿದ್ದಾಗ, $\Delta = \mathbf{0}$

$\therefore\ m^2 - 4 = 0 \Rightarrow m^2 = 4 \Rightarrow m = \sqrt{4} = \pm 2$

$\boldsymbol{m = 2}$

(2) ಮೂಲಗಳು ವಾಸ್ತವ ಮತ್ತು ಭಿನ್ನವಾಗಿದ್ದಾಗ, $\Delta > \mathbf{0}$

$\therefore\ m^2 - 4 > 0 \Rightarrow m^2 > 4 \Rightarrow m > \sqrt{4} \Rightarrow m > \pm 2$

$\boldsymbol{m > 0, m > 2}$

(3) ಮೂಲಗಳು ಊಹಾ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಾಗಿದ್ದಾಗ $\Delta < \mathbf{0}$

$\therefore\ m^2 - 4 < 0 \Rightarrow m^2 < 4 \Rightarrow m < \sqrt{4} \Rightarrow m < \pm 2$

$\mathbf{0} \le \boldsymbol{m < 2}$

ii. $x^2 - mx + 9 = 0$

$x^2 - mx + 9 = 0$

$a = 1, b = -m, c = 9$

$\Delta = b^2 - 4ac$

$\Delta = (-m)^2 - 4(1)(9)$

$\Delta = m^2 - 36$

(1) ಮೂಲಗಳು ಸಮವಾಗಿದ್ದಾಗ, $\Delta = \mathbf{0}$

$\therefore\ m^2 - 36 = 0 \Rightarrow m^2 = 36 \Rightarrow m = \sqrt{36} = \pm 6$

$\boldsymbol{m = 6}$

(2) ಮೂಲಗಳು ವಾಸ್ತವ ಮತ್ತು ಭಿನ್ನವಾಗಿದ್ದಾಗ, $\Delta > \mathbf{0}$

$\therefore\ \boldsymbol{m > 0, m > 6}$

(3) ಮೂಲಗಳು ಊಹಾ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಾಗಿದ್ದಾಗ $\Delta < \mathbf{0}$

$\therefore\ m^2 - 36 < 0 \Rightarrow m^2 < 36 \Rightarrow m < \sqrt{36} \Rightarrow m < \pm 6$

$\boldsymbol{0 \le m < 6}$

iii. $\boldsymbol{r^2 - (m+1)r + 4 = 0}$

$r^2 - (m+1)r + 4 = 0$

$a = 1, b = -(m+1), c = 4$

$\Delta = b^2 - 4ac$

$\Delta = [-(m+1)]^2 - 4(1)(4)$

$\Delta = (m+1)^2 - 16$

(1) ಮೂಲಗಳು ಸಮವಾಗಿದ್ದಾಗ, $\Delta = \mathbf{0}$

$\therefore\ (m+1)^2 - 16 = 0$

$\Rightarrow (m+1)^2 = 16$

$\Rightarrow m + 1 = \sqrt{16} = \pm 4$

$m + 1 = \pm 4$

$m = \pm 4 - 1$
$m = +4 - 1 \; or \; m = -4 - 1$
$m = 3 \; or \; m = -5$
$\boldsymbol{m = 3}$

(2) ಮೂಲಗಳು ವಾಸ್ತವ ಮತ್ತು ಭಿನ್ನವಾಗಿದ್ದಾಗ, $\Delta > \mathbf{0}$

$\therefore \; (m+1)^2 - 16 > 0$
$\Rightarrow (m+1)^2 > 16 \Rightarrow m + 1 > \sqrt{16}$
$m + 1 > \pm 4$
$m > \pm 4 - 1$
$m > +4 - 1 \; or \; m > -4 - 1$
$\boldsymbol{m > 3 \; or \; m > 0}$

(3) ಮೂಲಗಳು ಊಹಾ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಾಗಿದ್ದಾಗ $\Delta < \mathbf{0}$

$\therefore \; (m+1)^2 - 16 < 0 \Rightarrow (m+1)^2 < 16 \Rightarrow m + 1 < \sqrt{16}$
$m + 1 < \pm 4$
$m < \pm 4 - 1$
$m < +4 - 1 \; or \; m < -4 - 1$
$m < 3 \; or \; m < -5$
$\boldsymbol{0 \le m < 3}$

iv. $mk^2 - 3k + 1 = 0$
$mk^2 - 3k + 1 = 0$
$a = m, b = -3, c = 1$
$\Delta = b^2 - 4ac$
$\Delta = (-3)^2 - 4(m)(1)$
$\Delta = 9 - 4m$

(1) ಮೂಲಗಳು ಸಮವಾಗಿದ್ದಾಗ, $\Delta = \mathbf{0}$

$\therefore \; 9 - 4m = 0 \Rightarrow 4m = 9 \Rightarrow \boldsymbol{m = \frac{9}{4}}$

(2) ಮೂಲಗಳು ವಾಸ್ತವ ಮತ್ತು ಭಿನ್ನವಾಗಿದ್ದಾಗ, $\Delta > \mathbf{0}$

$\therefore \; 9 - 4m > 0 \Rightarrow 4m > 9 \Rightarrow \boldsymbol{m > \frac{9}{4}}$

(3) ಮೂಲಗಳು ಊಹಾ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಾಗಿದ್ದಾಗ $\Delta < \mathbf{0}$

$\therefore \; 9 - 4m < 0 \Rightarrow 4m < 9 \Rightarrow m < \frac{9}{4}$
$\Rightarrow \boldsymbol{0 \le m < \frac{9}{4}}$

C. ‘p’ ನ ಯಾವ ಬೆಲೆಗೆ ಈ ಕೆಳಗಿನ ವರ್ಗಸಮೀಕರಣದ ಮೂಲಗಳು ಸಮವಾಗಿರುತ್ತವೆ?

i. $\boldsymbol{x^2 - px + 9 = 0}$
$x^2 - px + 9 = 0$
$a = 1, b = -p, c = 9$
$\Delta = 0$
$\Delta = b^2 - 4ac$
$(-p)^2 - 4(1)(9) = 0$
$p^2 - 36 = 0$
$p^2 = 36$
$\boldsymbol{p = \sqrt{36} = \pm 6}$

ii. $\boldsymbol{2a^2 + 3a + p}$

$2a^2 + 3a + p$

$a = 2, b = 3, c = p$

$\Delta = 0$

$b^2 - 4ac = 0$

$(3)^2 - 4(2)(p) = 0$

$9 - 8p = 0$

$9 = 8p$

$\boldsymbol{p = \frac{9}{8}}$

iii. $\boldsymbol{pk^2 - 12k + 9 = 0}$

$pk^2 - 12k + 9 = 0$

$a = p, b = -12, c = 9$

$\Delta = 0$

$b^2 - 4ac = 0$

$(-12)^2 - 4(p)(9) = 0$

$144 - 36p = 0$

$144 = 36p$

$\boldsymbol{p = \frac{144}{36} = 4}$

iv. $\boldsymbol{2y^2 - py + 1 = 0}$

$2y^2 - py + 1 = 0$

$a = 2\ , b = -p, c = 1$

$\Delta = 0$

$b^2 - 4ac = 0$

$(-p)^2 - 4(2)(1) = 0$

$p^2 - 8 = 0$

$p^2 = 8$

$\boldsymbol{p = \sqrt{8} = \sqrt{4 \times 2} = \pm 2\sqrt{2}}$

v. $\boldsymbol{(p + 1)n^2 + 2(p + 3)n + (p + 8) = 0}$

$(p + 1)n^2 + 2(p + 3)n + (p + 8) = 0$

$a = p + 1\ , b = 2(p + 3), c = p + 8$

$\Delta = 0$

$b^2 - 4ac = 0$

$(2(p + 3))^2 - 4(p + 1)(p + 8) = 0$

$4(p^2 + 6p + 9) - 4(p^2 + 9p + 8) = 0$

$4p^2 + 24p + 36 - 4p^2 - 36p - 32 = 0$

$-12p + 4 = 0$

$-12p = -4$

$12p = 4$

$\boldsymbol{p = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}}$

vi. $\boldsymbol{(3p + 1)c^2 + 2(p + 1)c + p = 0}$

$(3p + 1)c^2 + 2(p + 1)c + p = 0$

$a = 3p + 1\ , b = 2(p + 1), c = p$

$\Delta = 0$

$b^2 - 4\ ac = 0$

$(2(p + 1))^2 - 4(3p + 1)(p) = 0$

$4(p^2 + 2p + 1) - 12p^2 - 4p = 0$
$4p^2 + 8p + 4 - 12p^2 - 4p = 0$
$-8p^2 + 4p + 4 = 0$
$-8p^2 + 4p + 4 = 0$
$-4(2p^2 - p - 1) = 0$
$2p^2 - p - 1 = 0$
$2p^2 - 2p + p - 1 = 0$
$2p(p - 1) + 1(p - 1) = 0$
$(p - 1)(2p + 1) = 0$
$(p - 1) = 0 \; or \; (2p + 1) = 0$
$\boldsymbol{p = 1 \; or \; 2p = -1 \Rightarrow p = \frac{-1}{2}}$

Exercise 9.7

ಈ ಕೆಳಗಿನ ವರ್ಗಸಮೀಕರಣಗಳ ಮೂಲಗಳ ಮೊತ್ತ ಮತ್ತು ಗುಣಲಬ್ಧವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

1. $\boldsymbol{x^2 - 5x + 8 = 0}$
   $a = 1, b = -5, c = 8$
   ಮೂಲಗಳ ಮೊತ್ತ $= \frac{-b}{a} = \frac{-(-5)}{1} = 5$
   ಮೂಲಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧ$= \frac{c}{a} = \frac{8}{1} = 8$
2. $\boldsymbol{3a^2 - 10a - 5 = 0}$
   $3a^2 - 10a - 5 = 0$
   $a = 3, b = -10, c = -5$
   ಮೂಲಗಳ ಮೊತ್ತ $= \frac{-b}{a} = \frac{-(-10)}{3} = \frac{10}{3}$
   ಮೂಲಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧ $= \frac{c}{a} = \frac{-5}{3}$
3. $\boldsymbol{8m^2 - m = 2}$
   $8m^2 - m = 2$
   $8m^2 - m - 2 = 0$
   $a = 8, b = -1, c = -2$
   ಮೂಲಗಳ ಮೊತ್ತ $= \frac{-b}{a} = \frac{-(-1)}{8} = \frac{1}{8}$
   ಮೂಲಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧ $= \frac{c}{a} = \frac{-2}{8} = \frac{-1}{4}$
4. $\boldsymbol{6k^2 - 3 = 0}$
   $6k^2 - 3 = 0$
   $a = 6 , b = 0, c = -3$
   ಮೂಲಗಳ ಮೊತ್ತ $= \frac{-b}{a} = \frac{0}{6} = 0$
   ಮೂಲಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧ $= \frac{c}{a} = \frac{-3}{6} = \frac{-1}{2}$
5. $\boldsymbol{pr^2 = r - 5}$
   $pr^2 = r - 5$
   $pr^2 - r + 5 = 0$
   $a = p, b = -1, c = 5$
   ಮೂಲಗಳ ಮೊತ್ತ $= \frac{-b}{a} = \frac{-(-1)}{p} = \frac{1}{p}$
   ಮೂಲಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧ $= \frac{c}{a} = \frac{5}{p}$

6. $\boldsymbol{x^2 + (ab)x + (a+b) = 0}$

   $x^2 + (ab)x + (a+b) = 0$

   $a = 1, b = ab, c = a + b$

   ಮೂಲಗಳ ಮೊತ್ತ $= \frac{-b}{a} = \frac{-(ab)}{1} = ab$

   ಮೂಲಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧ $= \frac{c}{a} = \frac{a+b}{1} = a + b$

Exercise 9.8

A. ಈ ಕೆಳಗಿನವುಗಳು ಮೂಲಗಳಾಗಿರುವ ವರ್ಗಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿ.

i. $\boldsymbol{3, 5}$

$m = 3, n = 5$

$m + n = 3 + 5 = 8$

$mn = 3 \times 5 = 15$

ಸಮೀಕರಣ : $\boldsymbol{x^2 - (m+n)x + mn = 0 \Rightarrow x^2 - 8x + 15 = 0}$

ii. $\boldsymbol{6, -5}$

$m = 6, n = -5$

$m + n = 6 - 5 = 1$

$mn = 6 \times -5 = -30$

ಸಮೀಕರಣ : $\boldsymbol{x^2 - (m+n)x + mn = 0 \Rightarrow x^2 - x - 30 = 0}$

iii. $\boldsymbol{-3, \frac{3}{2}}$

$m = -3, n = \frac{3}{2}$

$m + n = -3 + \frac{3}{2} = \frac{-6+3}{2} = \frac{-3}{2}$

$mn = -3 \times \frac{3}{2} = \frac{-9}{2}$

ಸಮೀಕರಣ : $x^2 - (m+n)x + mn = 0 \Rightarrow x^2 - \left(\frac{-3}{2}\right)x + \left(\frac{-9}{2}\right) = 0$

$\Rightarrow x^2 + \frac{3}{2}x - \frac{9}{2} = 0$

$\boldsymbol{\Rightarrow 2x^2 + 3x - 9 = 0}$

iv. $\frac{2}{3}, \frac{3}{2}$

$m = \frac{2}{3}, n = \frac{3}{2}$

$m + n = \frac{2}{3} + \frac{3}{2} = \frac{4+9}{6} = \frac{13}{6}$

$mn = \frac{2}{3} \times \frac{3}{2} = \frac{6}{6} = 1$

ಸಮೀಕರಣ : $x^2 - (m+n)x + mn = 0 \Rightarrow x^2 - \frac{13}{2}x + 1 = 0$

$\boldsymbol{\Rightarrow 6x^2 - 13x + 6 = 0}$

v. $2 + \sqrt{3}, 2 - \sqrt{3}$

$m = 2 + \sqrt{3}, n = 2 - \sqrt{3}$

$m + n = 2 + \sqrt{3} + 2 - \sqrt{3} = 4$

$mn = (2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3}) = 2^2 - (\sqrt{3})^2 = 4 - 3 = 1$

ಸಮೀಕರಣ : $\boldsymbol{x^2 - (m+n)x + mn = 0 \Rightarrow x^2 - 4x + 1 = 0}$

vi. $-3+2\sqrt{5}, -3-2\sqrt{5}$

$m = -3+2\sqrt{5}, n = -3-2\sqrt{5}$

$m + n = -3+2\sqrt{5} + -3-2\sqrt{5} = -6$

$mn = (-3+2\sqrt{5})(-3-2\sqrt{5}) = (-3)^2 - (2\sqrt{5})^2 = 9 - 20 = -11$

ಸಮೀಕರಣ : $x^2 - (m+n)x + mn = 0 \Rightarrow x^2 - (-6)x - 11 = 0$

$\boldsymbol{\Rightarrow x^2 + 6x - 11 = 0}$

B. 1 . $\boldsymbol{x^2 - 6x + 2 = 0}$ **ಸಮೀಕರಣದ ಮೂಲಗಳು** $\boldsymbol{'m'}$ **ಮತ್ತು** $\boldsymbol{'n'}$ **ಗಳಾದರೆ,ಕೆಳಗಿನ ಬೆಲೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.**

(i) $\boldsymbol{(m+n)mn}$ **(ii)** $\boldsymbol{\frac{1}{m}+\frac{1}{n}}$ **(iii)** $\boldsymbol{m^3n^2 + n^3m^2}$ **(iv)** $\boldsymbol{\frac{1}{n}-\frac{1}{m}}$

$x^2 - 6x + 2 = 0$

$a = 1, b = -6, c = 2$

ಮೂಲಗಳ ಮೊತ್ತ: $m + n = \frac{-b}{a} = \frac{-(-6)}{1} = 6$

ಮೂಲಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧ: $mn = \frac{c}{a} = \frac{2}{1} = 2$

i. $(m+n)mn = 6 \times 2 = 12$

ii. $\frac{1}{m} + \frac{1}{n} = \frac{m+n}{mn} = \frac{6}{2} = 3$

iii. $m^3n^2 + n^3m^2$

$= m^2n^2(m+n)$

$= (mn)^2(m+n)$

$= 2^2 \times 6 = 24$

iv. $\frac{1}{n} - \frac{1}{m} = \frac{m-n}{mn} = \frac{\pm 2\sqrt{7}}{2} = \pm\sqrt{7}$

$(m-n)^2 = m^2 + n^2 - 2mn$

$(m-n)^2 = (m+n)^2 - 2mm - 2mn$

$(m-n)^2 = (m+n)^2 - 4mn$

$(m-n)^2 = (6)^2 - 4(2)$

$(m-n)^2 = 36 - 8$

$(m-n)^2 = 28$

$m - n = \sqrt{28} = \sqrt{4 \times 7} = \pm 2\sqrt{7}$

2. $\boldsymbol{3m^2 = 6m + 5}$ **ಸಮೀಕರಣದ ಮೂಲಗಳು** $\boldsymbol{'a'}$ **ಮತ್ತು** $\boldsymbol{'b'}$ **ಗಳಾದರೆ**

(i) $\boldsymbol{\frac{a}{b}+\frac{b}{a}}$ **(ii)** $\boldsymbol{(a+2b)(2a+b)}$ **ಬೆಲೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.**

$3m^2 = 6m + 5$

$3m^2 - 6m - 5 = 0$

$a = 3, b = -6, c = -5$

ಮೂಲಗಳ ಮೊತ್ತ: $a + b = \frac{-b}{a} = \frac{-(-6)}{3} = 2$

ಮೂಲಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧ: $ab = \frac{c}{a} = \frac{-5}{3}$

i. $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} = \frac{a^2+b^2}{ab}$

$= \frac{(a+b)^2 - 2ab}{ab}$

$$= \frac{(2)^2-2\left(\frac{-5}{3}\right)}{\frac{-5}{3}}$$

$$= \frac{4+\frac{10}{3}}{\frac{-5}{3}}$$

$$= \frac{\frac{12+10}{3}}{\frac{-5}{3}} = \frac{\frac{22}{3}}{\frac{-5}{3}} = \frac{22}{3} \times \frac{3}{-5} = -\frac{22}{5}$$

ii. $\boldsymbol{(a+2b)(2a+b)}$

$$= 2a^2 + 4ab + ab + 2b^2$$
$$= 2a^2 + 2b^2 + 5ab$$
$$= 2(a^2 + b^2) + 5ab$$
$$= 2[(a+b)^2 - 2ab] + 5ab$$
$$= 2\left[(2)^2 - 2\left(\frac{-5}{3}\right)\right] + 5\left(\frac{-5}{3}\right)$$
$$= 2\left[4 + \frac{10}{3}\right] - \frac{25}{3}$$
$$= 2\left[\frac{12+10}{3}\right] - \frac{25}{3}$$
$$= 2\left[\frac{22}{3}\right] - \frac{25}{3}$$
$$= \frac{44}{3} - \frac{25}{3}$$
$$= \frac{44-25}{3}$$
$$= \frac{19}{3}$$

3. $\boldsymbol{2a^2 - 4a + 1 = 0}$ **ಸಮೀಕರಣದ ಮೂಲಗಳು $'\boldsymbol{p}'$ ಮತ್ತು $'\boldsymbol{q}'$ ಗಳಾದರೆ**

(i) $\boldsymbol{(p+q)^2 + 4pq}$ (ii) $\boldsymbol{p^3 + q^3}$ ಬೆಲೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

$2a^2 - 4a + 1 = 0$

$a = 2, b = -4, c = 1$

ಮೂಲಗಳ ಮೊತ್ತ: $p + q = \frac{-b}{a} = \frac{-(-4)}{2} = 2$

ಮೂಲಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧ: $pq = \frac{c}{a} = \frac{1}{2}$

i. $(p+q)^2 + 4pq = 2^2 + 4\left(\frac{1}{2}\right) = 4 + 2 = 6$

ii. $p^3 + q^3 = (p+q)^3 - 3pq(p+q)$

$$= 2^3 - 3\left(\frac{1}{2}\right)(2)$$
$$= 8 - 3 = 5$$

4. $\boldsymbol{\frac{p}{q}}$ **ಮತ್ತು** $\boldsymbol{\frac{q}{p}}$ **ಗಳನ್ನು ಮೂಲಗಳನ್ನಾಗಿ ಹೊಂದಿರುವ ವರ್ಗ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ರಚಿಸಿ.**

$m = \frac{p}{q}, n = \frac{q}{p}$

$m + n = \frac{p}{q} + \frac{q}{p} = \frac{p^2+q^2}{pq}$

$mn = \frac{p}{q} \times \frac{q}{p} = \frac{pq}{pq} = 1$

ಸಮೀಕರಣ: $x^2 - (m+n)x + mn = 0 \Longrightarrow x^2 - \left(\frac{p^2+q^2}{pq}\right)x + 1 = 0$

$\Longrightarrow pqx^2 - (p^2+q^2)x + pq = 0$

5. $\boldsymbol{x^2 + 4x + (k + 2) = 0}$ ಸಮೀಕರಣದ ಒಂದು ಮೂಲವು ಸೊನ್ನೆ ಆದರೆ $'\boldsymbol{k}'$ ಯ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

$x^2 + 4x + (k + 2) = 0$
$a = 1, b = 4, c = k + 2$
ಮೂಲಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧ : $mn = \frac{c}{a} \Rightarrow m \times 0 = \frac{k+2}{1}$
$\Rightarrow k + 2 = 0 \Rightarrow k = -2$

6. $\boldsymbol{2x^2 - 3qx + 5q = 0}$ ಸಮೀಕರಣದ ೊಂದು ಮೂಲವು ಮತ್ತೊಂದು ಮೂಲದ ಎರಡರಷ್ಟಿದ್ದರೆ, q' ನ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

$2x^2 - 3qx + 5q = 0$
$a = 2, b = -3q, c = 5q$
ಮೂಲಗಳ ಮೊತ್ತ: $m + n = \frac{-b}{a}$
$\Rightarrow m + 2m = \frac{-(-3q)}{2}$
$\Rightarrow 3m = \frac{3q}{2}$
$\Rightarrow m = \frac{3q}{6} = \frac{q}{2}$
ಮೂಲಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧ : $mn = \frac{c}{a}$
$\Rightarrow m(2m) = \frac{5q}{2}$
$\Rightarrow \left(\frac{q}{2}\right)(2 \times \frac{q}{2}) = \frac{5q}{2}$
$\Rightarrow q = 5$

7. $\boldsymbol{4x^2 - 8px + 9 = 0}$ ಸಮೀಕರಣದ ಮೂಲಗಳ ನಡುವಿನ ವ್ಯತ್ಯಾಸವು 4 ಆದರೆ, 'p' ಯ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡಹಿಡಿಯಿರಿ.

$4x^2 - 8px + 9 = 0$
$a = 4, b = -8p, c = 9$
ಮೂಲಗಳ ಮೊತ್ತ: $m + n = \frac{-b}{a}$
$\Rightarrow m + m + 4 = \frac{-(-8p)}{4}$ $[n = m + 4]$
$\Rightarrow 2m + 4 = 2p$
$\Rightarrow 2(m + 2) = 2p$
$\Rightarrow m + 2 = p$
$\Rightarrow m = p - 2$
ಮೂಲಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧ: $mn = \frac{c}{a}$
$\Rightarrow (p - 2)(p - 2 + 4) = \frac{9}{4}$
$\Rightarrow (p - 2)(p + 2) = \frac{9}{4}$
$\Rightarrow p^2 - 4 = \frac{9}{4}$

$\Longrightarrow p^2 = \frac{9}{4} + 4$

$\Longrightarrow p = \sqrt{\frac{25}{4}} = \pm\frac{5}{2}$

8. $\boldsymbol{x^2 + px + q = 0}$ **ಸಮೀಕರಣದ ಒಂದು ಮೂಲವು ಮತ್ತೊಂದು ಮೂಲದ ಮೂರರಷ್ಟಿದ್ದರೆ, $\boldsymbol{3p^2 = 16q}$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.**

$x^2 + px + q = 0$

$a = 1, b = p, c = q$

ಮೂಲಗಳ ಮೊತ್ತ: $m + n = \frac{-b}{a}$

$\Longrightarrow m + 3m = \frac{-p}{1}$ $\quad [n = 3m]$

$\Longrightarrow 4m = -p$

$\Longrightarrow m = \frac{-p}{4}$

ಮೂಲಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧ: $mn = \frac{c}{a}$

$\Longrightarrow m(3m) = \frac{q}{1}$

$\Longrightarrow \left(\frac{-p}{4}\right)\left(3 \times \frac{-p}{4}\right) = q$

$\Longrightarrow \frac{3p^2}{16} = q$

$\Longrightarrow 3p^2 = 16q$

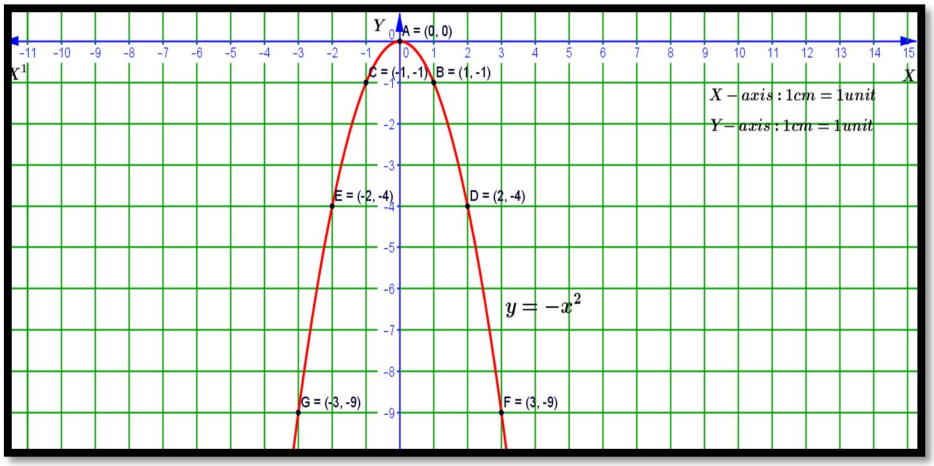
Exercise 9.9

I. **ಈ ಕೆಳಗಿನ ವರ್ಗಸಮೀಕರಣಗಳಿಗೆ ನಕ್ಷೆಯನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ.**

i. $\boldsymbol{y = -x^2}$

$\boldsymbol{y = -x^2}$

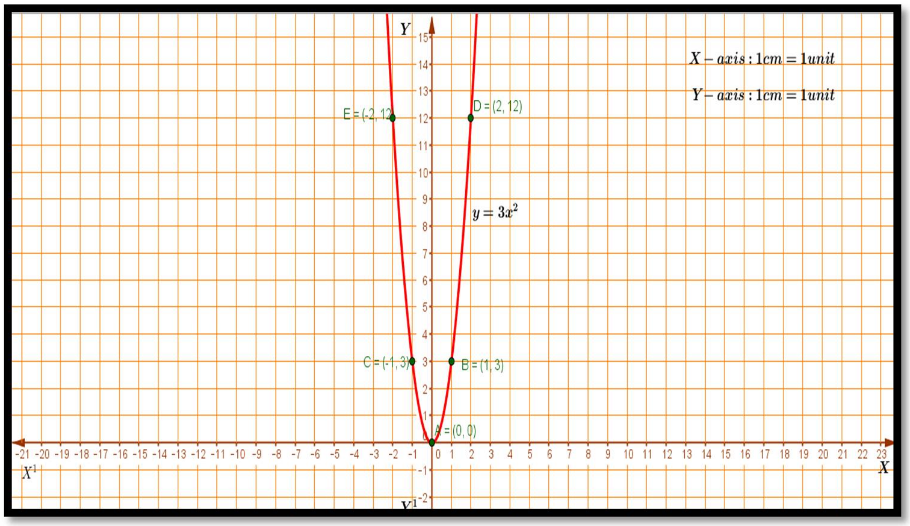
x	0	1	−1	2	−2	3	−3	4	−4
y	0	−1	−1	−4	−4	−9	−9	−16	−16



ii. $\boldsymbol{y = 3x^2}$

$y = 3x^2$

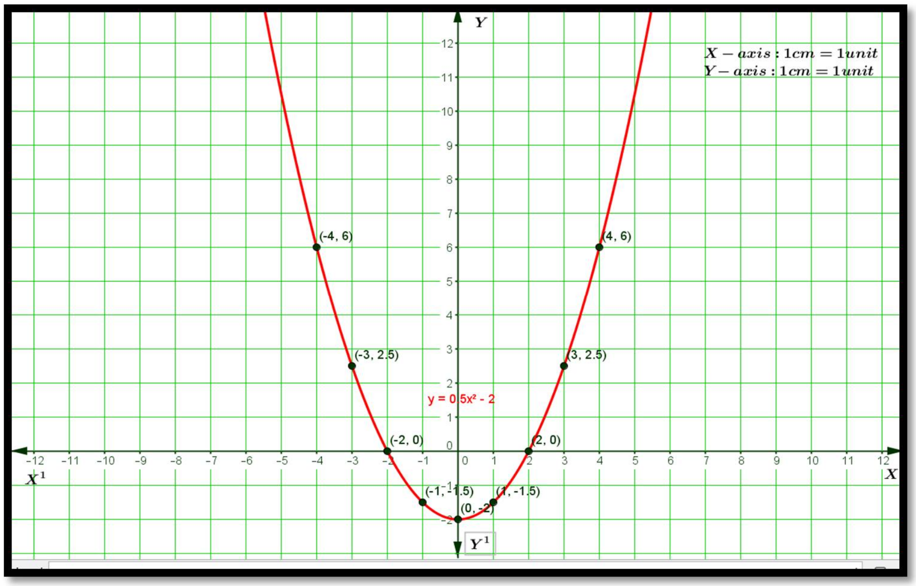
x	0	1	-1	2	-2	3	-3	4	-4
y	0	3	3	12	12	27	27	48	48



iii. $\boldsymbol{y = \frac{1}{2}x^2 - 2}$

$y = \frac{1}{2}x^2 - 2$

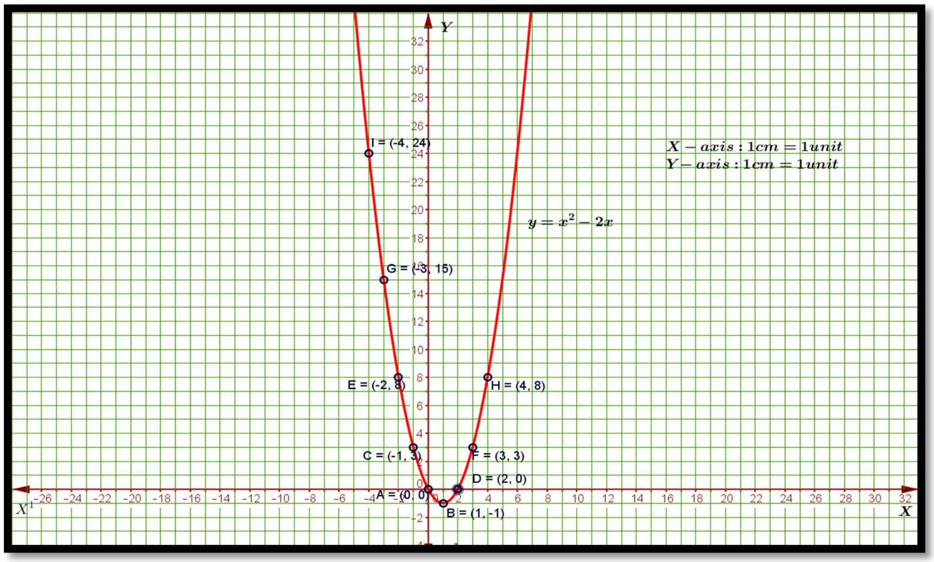
x	0	1	-1	2	-2	3	-3	4	-4
y	-2	-1.5	-1.5	0	0	2.5	2.5	6	6



iv. $\boldsymbol{y = x^2 - 2x}$

$y = x^2 - 2x$

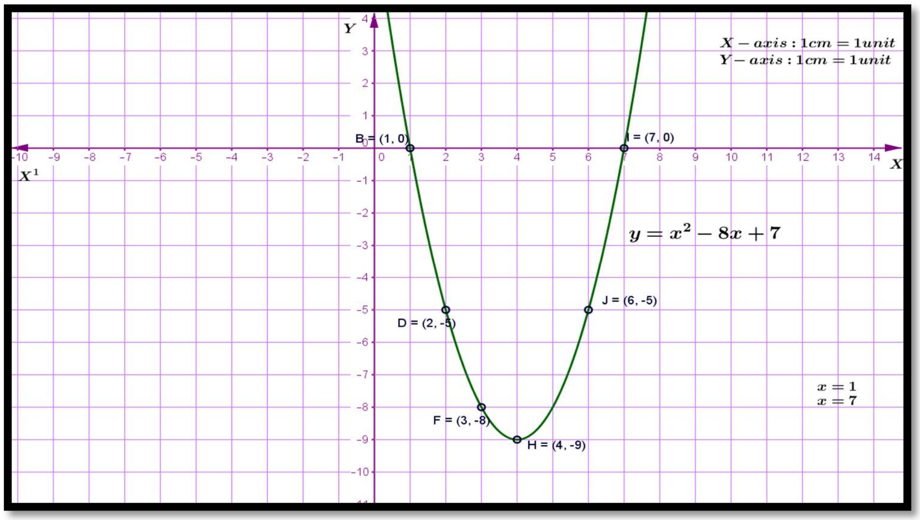
x	0	1	-1	2	-2	3	-3	4	-4
y	0	-1	3	0	8	3	15	8	24



v. $\boldsymbol{y = x^2 - 8x + 7}$

$y = x^2 - 8x + 7$

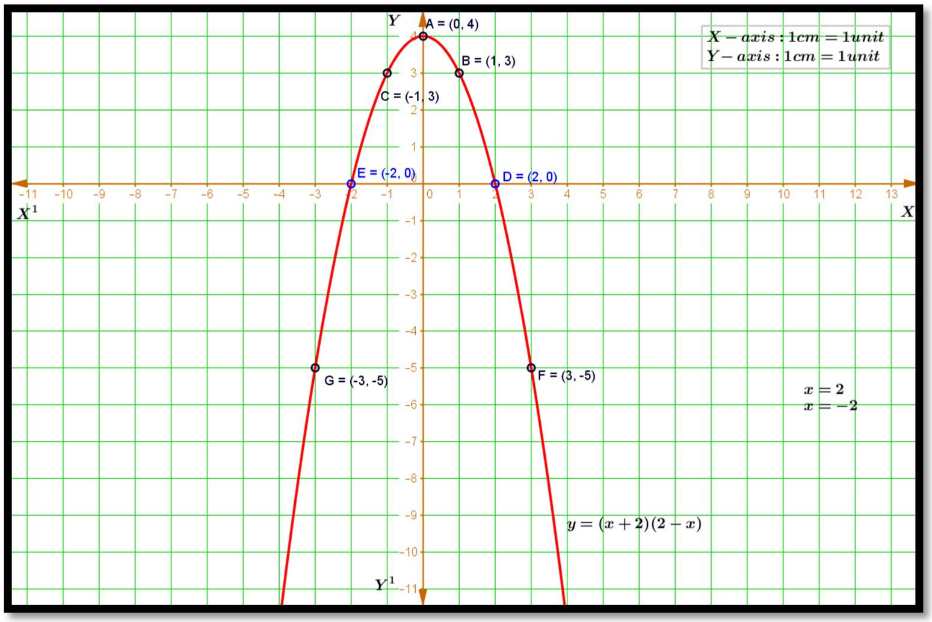
x	0	1	-1	2	-2	3	-3	6	7
y	7	0	16	-5	27	-8	40	-5	0



vi. $\boldsymbol{y = (x+2)(2-x)}$

$y = (x+2)(2-x)$

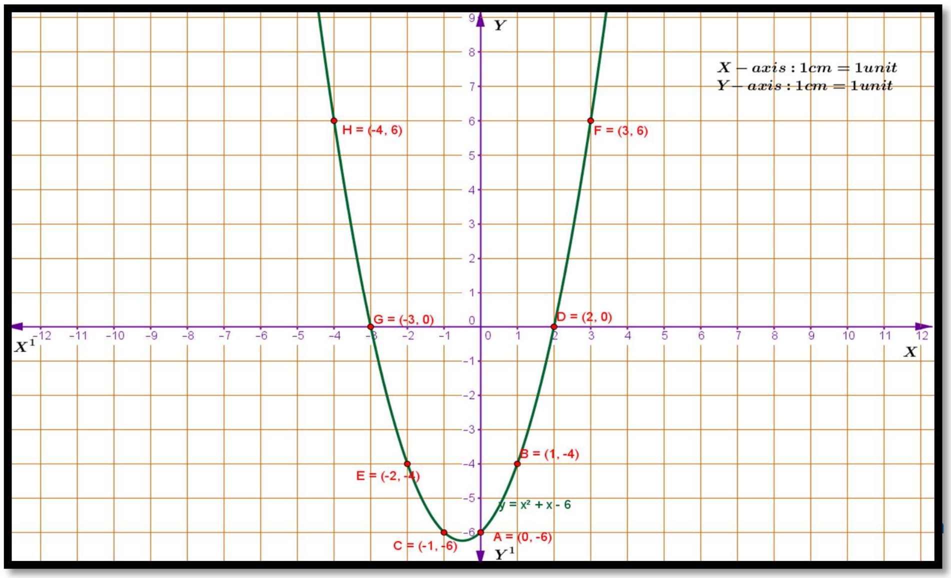
x	0	1	-1	2	-2	3	-3	4	-4
y	4	3	3	0	0	-5	-5	-12	-12



vii. $\boldsymbol{y = x^2 + x - 6}$

$y = x^2 + x - 6$

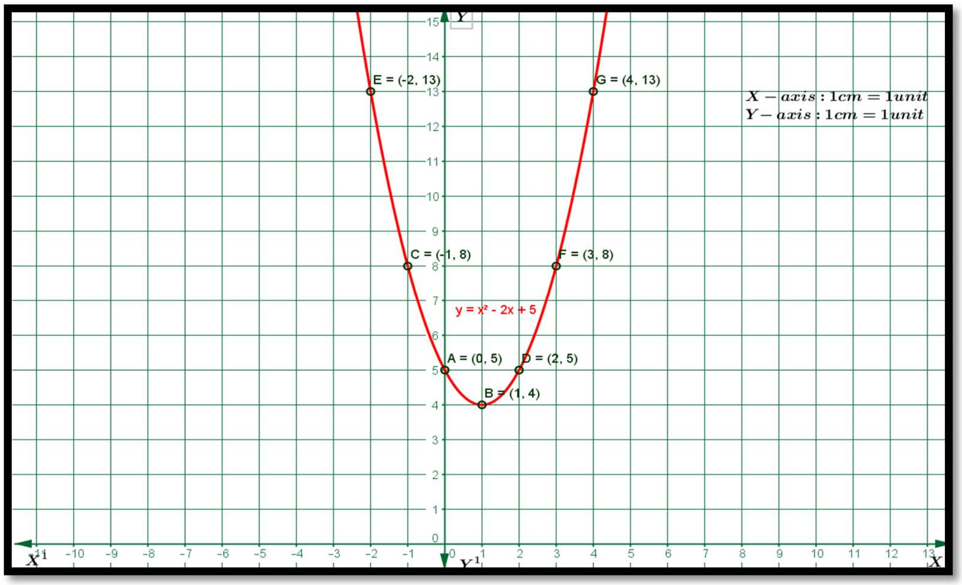
x	0	1	-1	2	-2	3	-3	4	-4
y	-6	-4	-6	0	-4	6	0	14	6



viii. $\boldsymbol{y = x^2 - 2x + 5}$

$y = x^2 - 2x + 5$

x	0	1	-1	2	-2	3	-3	4	-4
y	5	4	8	5	13	8	20	13	29



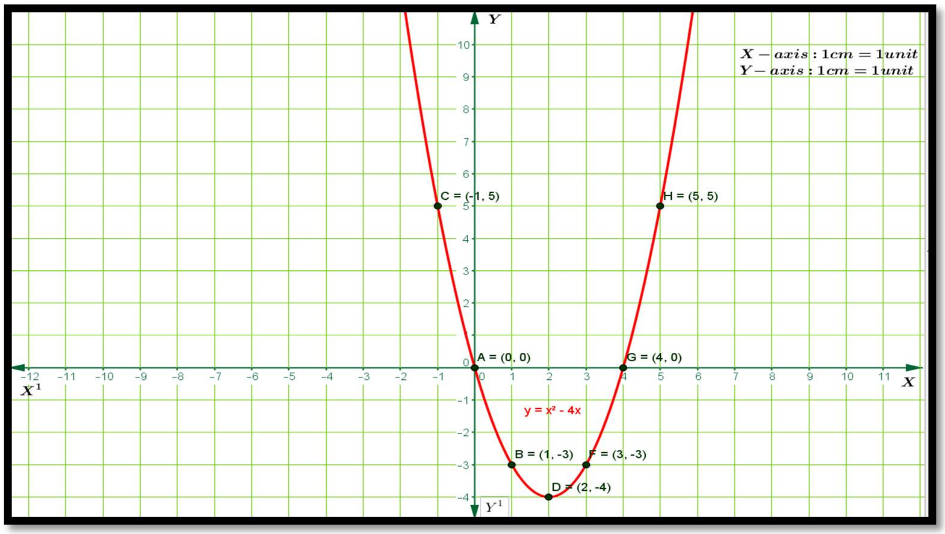
Exercise 9.10

I. ನಕ್ಷೆಯ ಸಹಾಯದಿಂದ ವರ್ಗಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸಿ.

i. $y = x^2 - 4x$

Sol : $y = x^2 - 4x$

x	0	1	-1	2	-2	3	-3	4	-4
y	0	-3	5	-4	12	-3	21	0	32

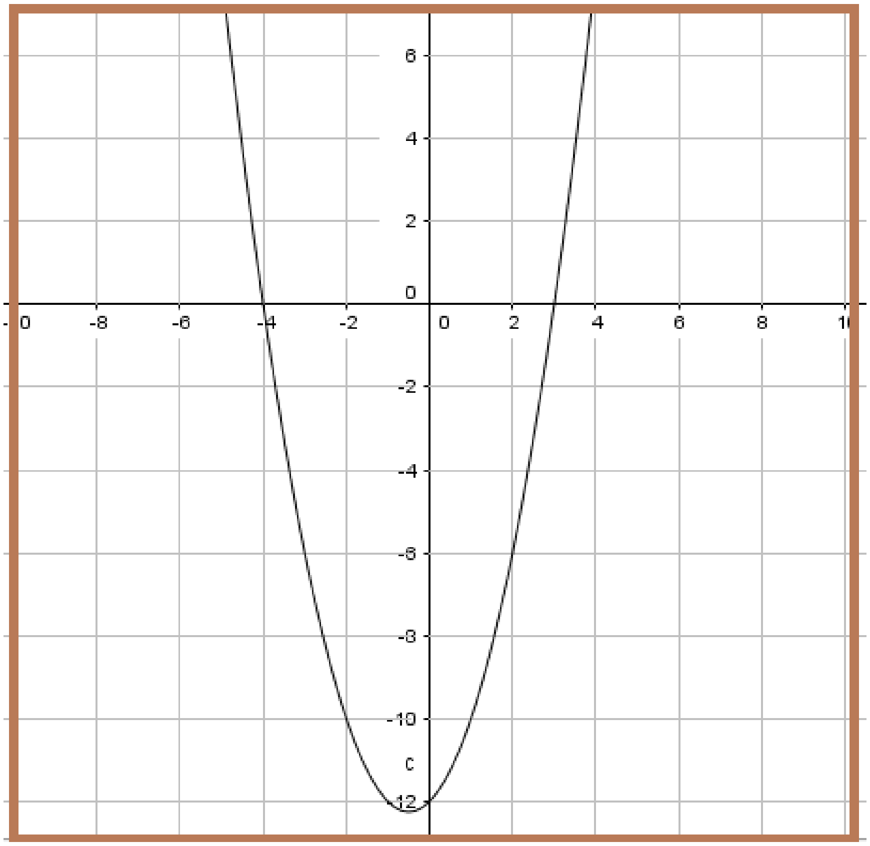


ಮೂಲಗಳು: x = 0 ಮತ್ತು x = 4

ii). $x^2 + x - 12$

$y = x^2 + x - 12$

x	0	1	-1	2	-2	3	-3	4	-4
y	-12	-10	-12	-6	-10	0	-6	8	0

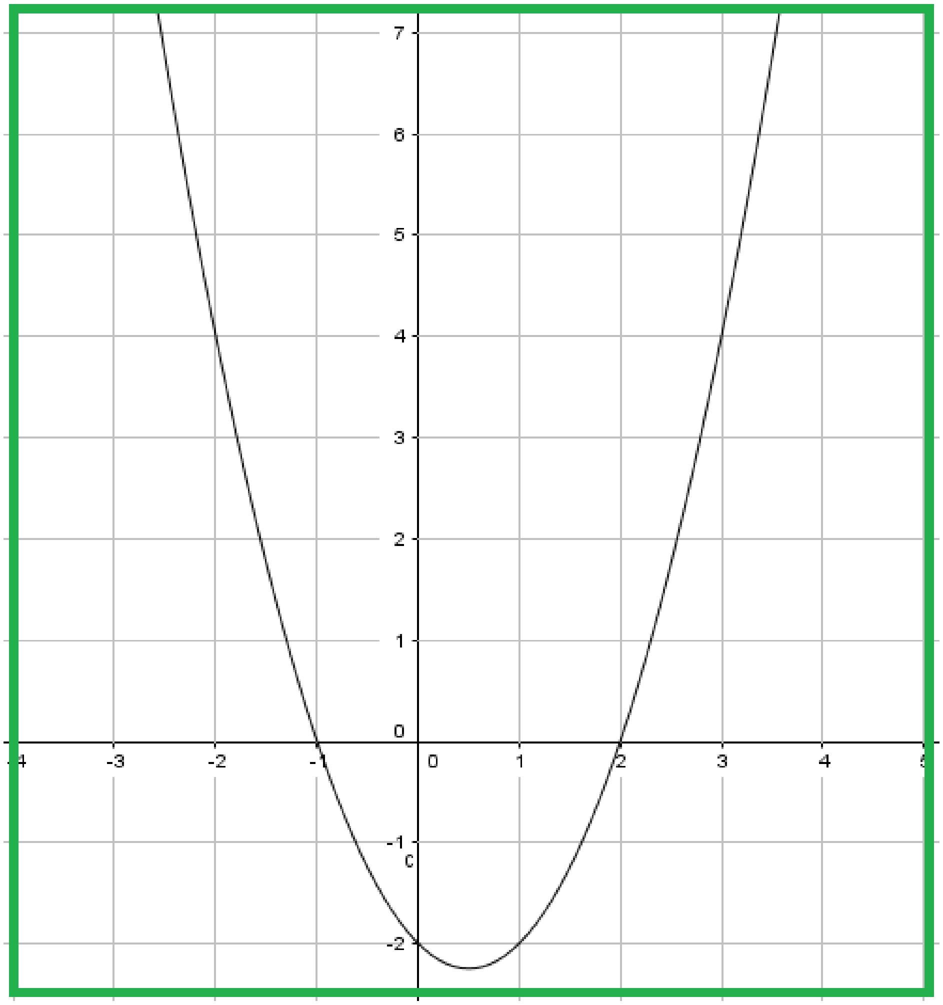


ಮೂಲಗಳು: x = -4 ಮತ್ತು x = 3

iii). $x^2 - x - 2$

$y = x^2 + x - 12$

x	0	1	−1	2	−2	3	−3	4	−4
y	−2	−2	0	0	4	4	10	10	18

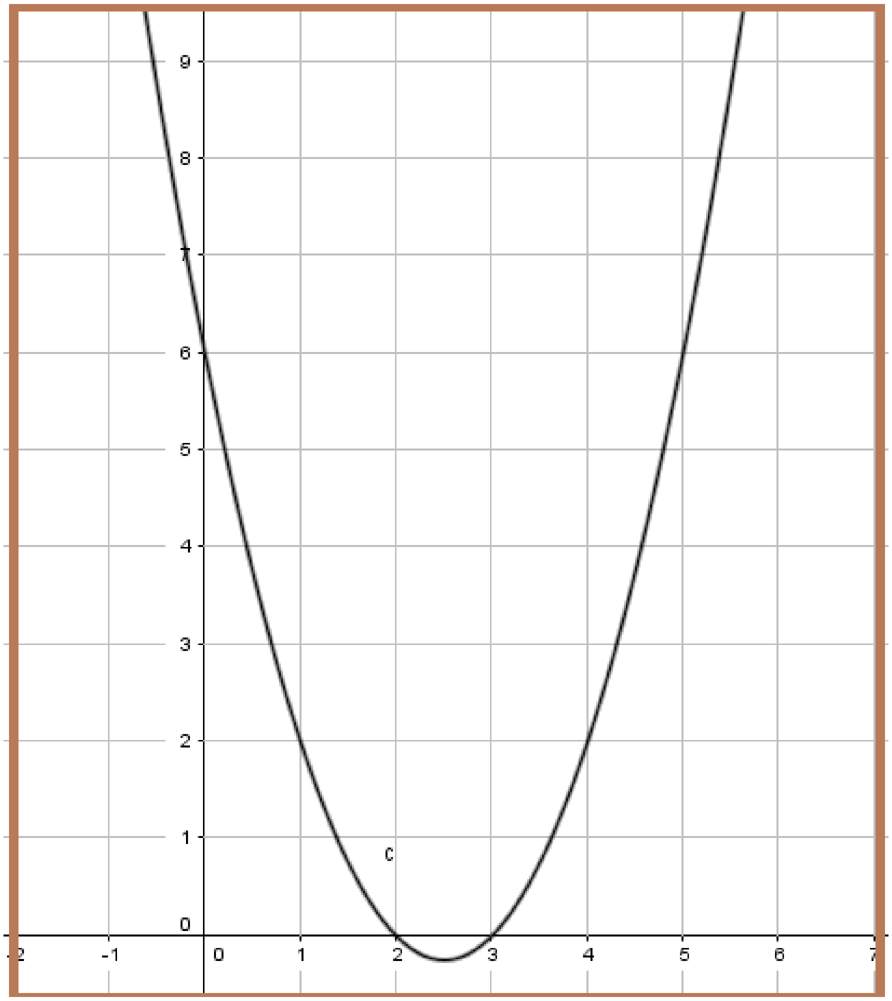


ಮೂಲಗಳು: x = -1 ಮತ್ತು x = 2

iv). $x^2 - 5x + 6$

$y = x^2 - 5x + 12$

x	0	1	−1	2	−2	3	−3	4	−4
y	12	8	18	6	26	6	36	8	48

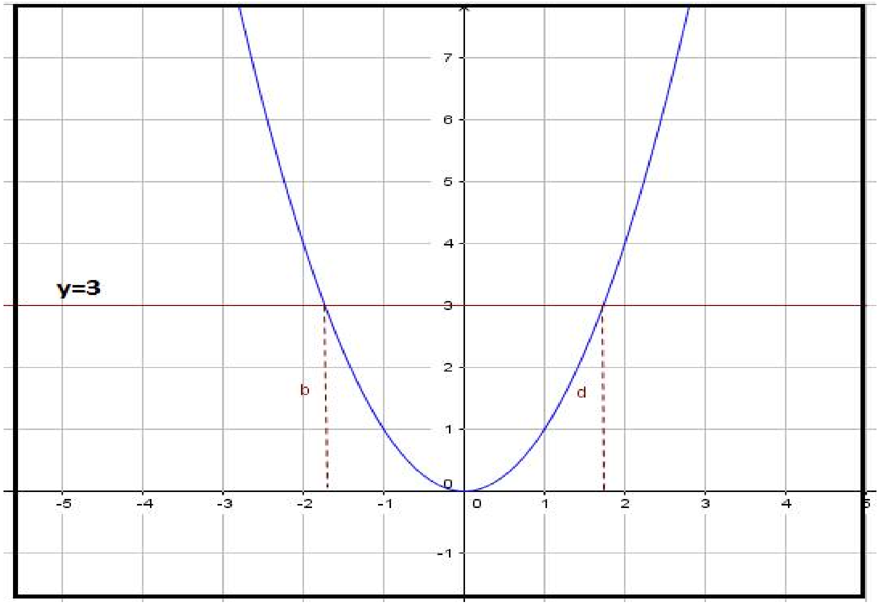


ಮೂಲಗಳು: x = 2 ಮತ್ತು x = 3

II. 1. $y = x^2$ ನಕ್ಷೆಯನ್ನು ಎಳೆದು ಅದರ ಸಹಾಯದಿಂದ $\sqrt{3}$ ರ ಬೆಲೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

$y = x^2$ $\qquad x = \sqrt{3} \Rightarrow y = \left(\sqrt{3}\right)^2 = 3$

x	0	1	−1	2	−2	3	−3	4	−4
y	0	1	1	4	4	9	9	16	16

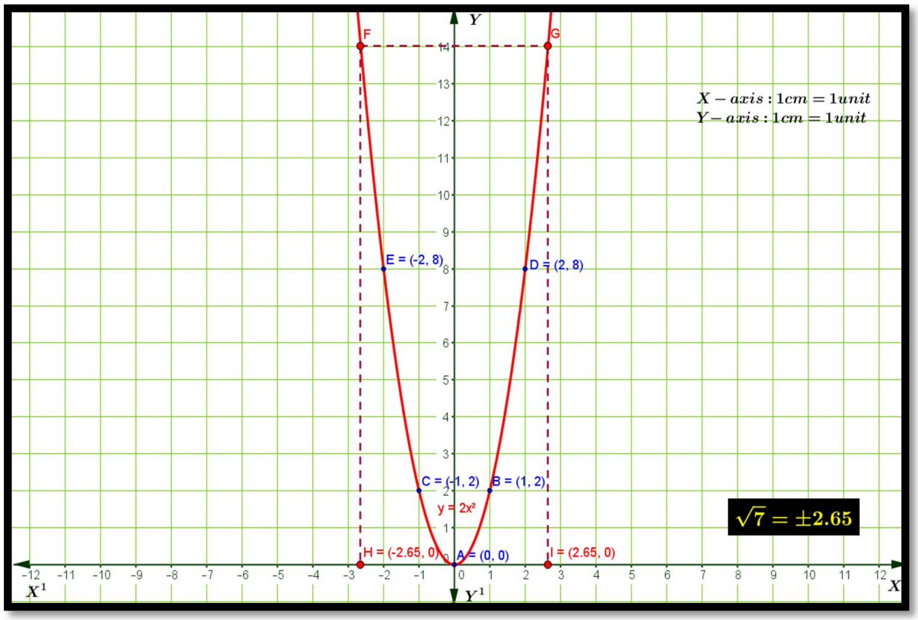


$\sqrt{3} = \pm 1.7$

2. $y = 2x^2$ ನಕ್ಷೆಯನ್ನು ಎಳೆದು ಅದರ ಸಹಾಯದಿಂದ $\sqrt{7}$ ರ ಬೆಲೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

$y = 2x^2$ $\qquad x = \sqrt{7} \Rightarrow y = 2\left(\sqrt{7}\right)^2 = 2 \times 7 = 14$

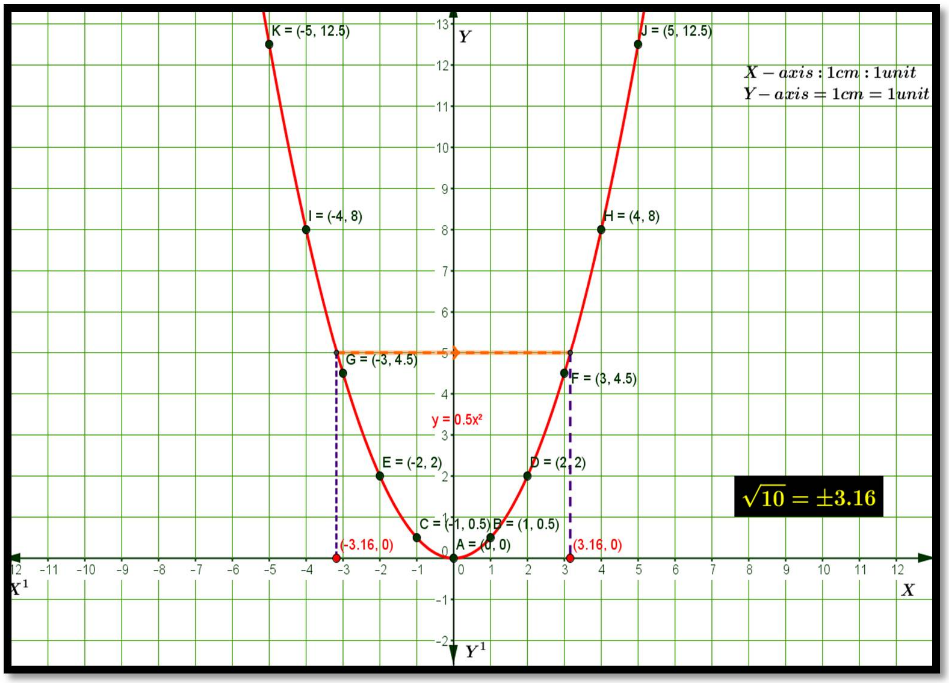
x	0	1	−1	2	−2	3	−3	4	−4
y	0	2	2	8	8	18	18	32	32



I. 2 . $y = \frac{1}{2}x^2$ ನಕ್ಷೆಯನ್ನು ಎಳೆದು ಅದರ ಸಹಾಯದಿಂದ $\sqrt{10}$ ರ ಬೆಲೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

$y = \frac{1}{2}x^2$ $\qquad$ $x = \sqrt{10} \Rightarrow y = \frac{1}{2}(\sqrt{10})^2 = \frac{1}{2} \times 10 = 5$

x	0	1	-1	2	-2	3	-3	4	-4
y	0	0.5	0.5	2	2	4.5	4.5	8	8



Exercise 9.11

1. ಎರಡು ಕ್ರಮಾನುಗತ ಧನ ಬೆಸ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ವರ್ಗಗಳ ಮೊತ್ತವು 130 ಆದರೆ ಆ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಎರಡು ಕ್ರಮಾನುಗತ ಧನ ಬೆಸ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು: x ಮತ್ತು $x + 2$ ಆಗಿರಲಿ

$\Longrightarrow x^2 + (x+2)^2 = 130$

$\Longrightarrow x^2 + x^2 + 4x + 4 = 130$

$\Longrightarrow 2x^2 + 4x + 4 - 130 = 0$

$\Longrightarrow 2x^2 + 4x - 126 = 0$

$\Longrightarrow 2(x^2 + 2x - 63) = 0$

$\Longrightarrow x^2 + 2x - 63 = 0$

$\Longrightarrow x^2 + 9x - 7x - 63 = 0$

$\Longrightarrow x(x+9) - 7(x+9) = 0$

$\Longrightarrow (x+9)(x-7) = 0$

$\Longrightarrow (x+9) = 0 \; or \; (x-7) = 0$

$\Longrightarrow x = -9 \; (negative) \; or \; x = 7$

$\therefore$ ಕ್ರಮಾನುಗತ ಧನ ಬೆಸ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು : **7, 9**

2. ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯ ನಾಲ್ಕರಷ್ಟನ್ನು ಅದರ ವರ್ಗದ ಮೂರರಷ್ಟರಿಂದ ಕಳೆದಾಗ 15 ದೊರಕುವುದು. ಆ ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಆ ಸಂಖ್ಯೆ = x ಆಗಿರಲಿ

$\Rightarrow 3x^2 - 4x = 15$
$\Rightarrow 3x^2 - 4x - 15 = 0$
$\Rightarrow 3x^2 - 9x + 5x - 15 = 0$
$\Rightarrow 3x(x-3) + 5(x-3) = 0$
$\Rightarrow (x-3)(3x+5) = 0$
$\Rightarrow (x-3) = 0 \; or \; (3x+5) = 0$
$\Rightarrow x = 3 \; or \; 3x = -5$
$\Rightarrow x = 3 \; or \; x = \frac{-5}{3} (negative)$

$\therefore$ **ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆ = 3**

3. ಎರಡು ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತವು 8. ಇವುಗಳ ವ್ಯುತ್ಕ್ರಮಗಳ ಮೊತ್ತ $\frac{8}{15}$ ಆದರೆ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಎರಡು ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು : x ಮತ್ತು $8 - x$ ಆಗಿರಲಿ.

$\Rightarrow \frac{1}{x} + \frac{1}{8-x} = \frac{8}{15}$
$\Rightarrow \frac{8-x+x}{x(8-x)} = \frac{8}{15}$
$\Rightarrow \frac{8}{8x - x^2} = \frac{8}{15}$
$\Rightarrow 8(8x - x^2) = 8 \times 15$
$\Rightarrow 64x - 8x^2 = 120$
$\Rightarrow 8x^2 - 64x + 120 = 0$
$\Rightarrow 8(x^2 - 8x + 15) = 0$
$\Rightarrow x^2 - 8x + 15 = 0$
$\Rightarrow x^2 - 5x - 3x + 15 = 0$
$\Rightarrow x(x-5) - 3(x-5) = 0$
$\Rightarrow (x-5)(x-3) = 0$
$\Rightarrow (x-5) = 0 \; or \; (x-3) = 0$
$\Rightarrow x = 5 \; or \; x = 3$

$\therefore$ ಎರಡು ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು : **5, 3**

4. ಎರಡು ಅಂಕಿಗಳಿರುವ ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯ ಎರಡು ಅಂಕಿಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧವು 12 ಆಗಿದೆ. ಆ ಸಂಖ್ಯೆಗೆ 36ನ್ನು ಕೂಡಿದಾಗ ಅಂಕಿಗಳ ಸ್ಥಾನ ಅದಲು ಬದಲಾಗುತ್ತವೆ. ಆ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಎರಡು ಅಂಕಿಗಳು: x ಮತ್ತು y ಗಳಾಗಿರಲಿ.

ಅವುಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧ xy = 12

$\Rightarrow y = \frac{12}{x}$
$\Rightarrow 10x + \frac{12}{x} + 36 = 10 \times \frac{12}{x} + x$
$\Rightarrow \frac{10x^2+12+36x}{x} = \frac{120}{x} + x$
$\Rightarrow \frac{10x^2+12+36x}{x} = \frac{120+x^2}{x}$
$\Rightarrow 10x^2 + 12 + 36x = 120 + x^2$

$\Longrightarrow\ 10x^2 + 12 + 36x - 120 - x^2 = 0$
$\Longrightarrow\ 9x^2 + 36x - 108 = 0$
$\Longrightarrow\ 9(x^2 + 4x - 12) = 0$
$\Longrightarrow\ x^2 + 4x - 12 = 0$
$\Longrightarrow\ x^2 + 6x - 2x - 12 = 0$
$\Longrightarrow\ x(x + 6) - 2(x + 6) = 0$
$\Longrightarrow\ (x + 6) = 0\ or\ (x - 2) = 0$
$\Longrightarrow\ x = -6\ (negative)\ or\ x = 2$
$\therefore$ **2ಅಂಕಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ : 26**

5. ಮೂರು ಕ್ರಮಾನುಗತ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಲ್ಲಿ, ಮೊದಲನೆಯ ವರ್ಗ ಮತ್ತು ಉಳಿದೆರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ವರ್ಗಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧಗಳ ಮೊತ್ತ 154 ಆಗಿದೆ. ಹಾಗಾದರೆ ಆ ಮೂರು ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. 4

ಮೂರು ಕ್ರಮಾನುಗತ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು : $x, x + 1, x + 2$
$\Longrightarrow x^2 + (x + 1)(x + 2) = 154$
$\Longrightarrow x^2 + x^2 + 3x + 2 = 154$
$\Longrightarrow 2x^2 + 3x + 2 - 154 = 0$
$\Longrightarrow 2x^2 + 3x - 152 = 0$
$\Longrightarrow 2x^2 + 19x - 16x - 152 = 0$
$\Longrightarrow x(2x + 19) - 8(2x + 19) = 0$
$\Longrightarrow (2x + 19)(x - 8) = 0$
$\Longrightarrow (2x + 19) = 0\ or\ (x - 8) = 0$
$\Longrightarrow 2x = -19\ \Longrightarrow x = \frac{-19}{2}\ (negative\ )or\ x = 8$
$\therefore$ **ಮೂರು ಕ್ರಮಾನುಗತ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು : 8, 9, 10**

6. ಕಾವ್ಯ ಮತ್ತು ಕಾರ್ತಿಕರ ವಯಸ್ಸು 11 ಮತ್ತು 14 ವರ್ಷಗಳು. ಇವರಿಬ್ಬರ ವಯಸ್ಸಿನ ಗುಣಲಬ್ಧ 304 ಆಗಲು ಎಷ್ಟು ವರ್ಷಗಳು ಬೇಕಾಗಬಹುದು?

ಬೇಕಾಗುವ ವರ್ಷಗಳು: x ಆಗಿರಲಿ.
$\Longrightarrow\ (x + 11)(x + 14) = 304$
$\Longrightarrow\ x^2 + 25x + 154 - 304 = 0$
$\Longrightarrow\ x^2 + 25x - 150 = 0$
$\Longrightarrow\ x^2 + 30x - 5x - 150 = 0$
$\Longrightarrow\ x(x + 30) - 5(x + 30) = 0$
$\Longrightarrow (x + 30)(x - 5) = 0$
$\Longrightarrow (x + 30) = 0\ or\ (x - 5) = 0$
$\Longrightarrow x = -30\ (negative) or\ x = 5$
$\therefore$ **5ವರ್ಷಗಳ ನಂತರ ಅವರ ವಯಸ್ಸಿನ ಗುಣಲಬ್ಧ 304ಆಗುವುದು.**

7. ತಾಯಿಯ ವಯಸ್ಸು, ತನ್ನ ಮಗನ ವಯಸ್ಸಿನ ವರ್ಗಕ್ಕಿಂತ ಎರಡರಷ್ಟಿದೆ. 8 ವರ್ಷಗಳ ನಂತರ ತಾಯಿಯ ವಯಸ್ಸು ತನ್ನ ಮಗನ ವಯಸ್ಸಿನ ಮೂರರಷ್ಟಕ್ಕಿಂತ 4 ವರ್ಷಗಳು ಹೆಚ್ಚಾಗುವುದು. ಹಾಗಾದರೆ ಅವರ ಈಗಿನ ವಯಸ್ಸು ಎಷ್ಟು?

ಮಗನ ಈಗಿನ ವಯಸ್ಸು: x ವರ್ಷ

$\therefore$ತಾಯಿಯ ಈಗಿನ ವಯಸ್ಸು: $2x^2$ ವರ್ಷ

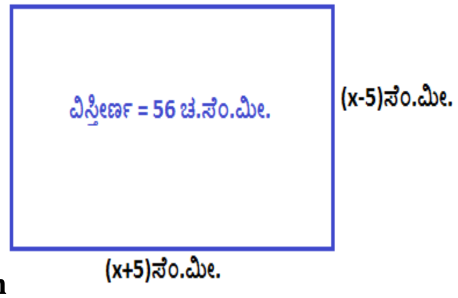
8 ವರ್ಷಗಳ ನಂತರ ಮಗನ ವಯಸ್ಸು: $(x + 8)$ ವರ್ಷ

8 ವರ್ಷಗಳ ನಂತರ ತಾಯಿಯ ವಯಸ್ಸು: $(2x^2 + 8)$ ವರ್ಷ

$2x^2 + 8 = 3(x + 8) + 4$
$\Longrightarrow 2x^2 + 8 = 3x + 28$
$\Longrightarrow 2x^2 + 8 - 3x - 28 = 0$
$\Longrightarrow 2x^2 - 3x - 20 = 0$
$\Longrightarrow 2x^2 - 8x + 5x - 20 = 0$
$\Longrightarrow 2x(x - 4) + 5(x - 4) = 0$
$\Longrightarrow (x - 4)(2x - 5) = 0$
$\Longrightarrow (x - 4) = 0 \; or \; (2x - 5) = 0$
$\Longrightarrow x = 4 \; or \; 2x = -5 \Longrightarrow x = \frac{-5}{2} \; (negative)$
∴ ಮಗನ ವಯಸ್ಸು : **4 ವರ್ಷಗಳು** , ತಾಯಿಯ ವಯಸ್ಸು : **32 ವರ್ಷಗಳು**

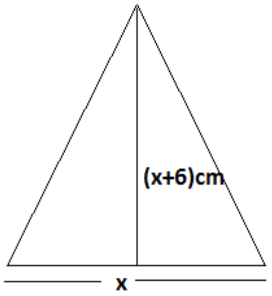
8. ಒಂದು ಆಯತದ ಪಾದವು (x + 5) ಮತ್ತು ಅದರ ಎತ್ತರ (x – 5) ಆಗಿದೆ. ಆಯತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ **56** cm^2 ಗಳಾದರೆ, ಆಯತದ ಆಯಾಮಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಆಯತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = ಪಾದ × ಎತ್ತರ
$\Longrightarrow (x + 5)(x - 5) = 56$
$\Longrightarrow x^2 - 5^2 = 56$
$\Longrightarrow x^2 - 25 = 56$
$\Longrightarrow x^2 = 56 + 25$
$\Longrightarrow x^2 = 81$
$\Longrightarrow x = \sqrt{81} = 9$
∴ ಆಯತದ ಆಯಾಮಗಳು : **14 cm ಮತ್ತು 4 cm**



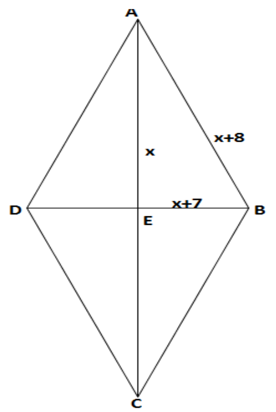
9. ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜದ ಎತ್ತರವು ಅದರ ಪಾದಕ್ಕಿಂತ 6cm ಹೆಚ್ಚಾಗಿದೆ. ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು 108 cm^2 ಆದರೆ ಅದರ ಪಾದ ಮತ್ತು ಎತ್ತರಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $A = \frac{1}{2} \times$ ಪಾದ $\times$ ಎತ್ತರ
$\Longrightarrow \frac{1}{2} \times x \times (x + 6) = 108$
$\Longrightarrow x^2 + 6x = 216$
$\Longrightarrow x^2 + 6x - 216 = 0$
$\Longrightarrow x^2 + 18x - 12x - 216 = 0$
$\Longrightarrow x(x + 18) - 12(x + 18) = 0$
$\Longrightarrow (x + 18)(x - 12) = 0$
$\Longrightarrow (x + 18) = 0 \; or \; (x - 12) = 0$
$\Longrightarrow x = -18 \; or \; x = 12$
∴ ಪಾದ = 12cm



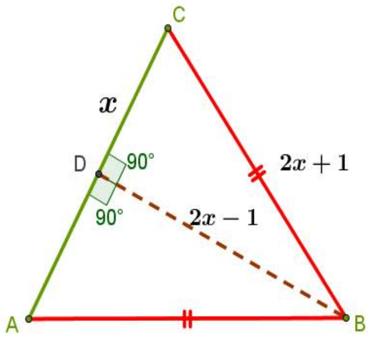
10. ABCD ವಜ್ರಾಕೃತಿಯಲ್ಲಿ ಕರ್ಣಗಳಾದ AC ಮತ್ತು BD ಗಳು E ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸುತ್ತವೆ. $\boldsymbol{AE = x, BE = x + 7}$ ಮತ್ತು $\boldsymbol{AB = x + 8}$, ಕರ್ಣ $\boldsymbol{AC}$ ಮತ್ತು $\boldsymbol{BD}$ಗಳ ಉದ್ದವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ΔABC ಯಲ್ಲಿ,
$AB^2 = AE^2 + BE^2$ [∴ ಪೈಥಾಗೊರಸ್ ಪ್ರಮೇಯ]
$\Longrightarrow (x + 8)^2 = x^2 + (x + 7)^2$
$\Longrightarrow x^2 + 16x + 64 = x^2 + x^2 + 14x + 49$



$\Rightarrow x^2 + 16x + 64 = 2x^2 + 14x + 49$
$\Rightarrow 2x^2 + 14x + 49 - x^2 - 16x - 64 = 0$
$\Rightarrow x^2 - 2x - 15 = 0$
$\Rightarrow x^2 - 5x + 3x - 15 = 0$
$\Rightarrow x(x-5) + 3(x-5) = 0$
$\Rightarrow x(x-5) + 3(x-5) = 0$
$\Rightarrow (x-5)(x+3) = 0$
$\Rightarrow (x-5) = 0 \; or \; (x+3) = 0$
$\Rightarrow x = 5 \; or \; x = -3 \; (negative)$
$AE = x = 5\; cm, BE = x + 7 = 5 + 7 = 12\; cm$
$\therefore$ ಕರ್ಣ AC = 10 cm , BD = 24 cm

11. ABC ಸಮಬದ್ವಿಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿ $AB = BC$ ಮತ್ತು BD ಯು ಪಾದ AC ಗೆ ಎತ್ತರವಾಗಿದೆ. $DC = x, BD = 2x - 1$ ಮತ್ತು $BC = 2x + 1$ ಆದರೆ ತ್ರಿಭುಜದ ಮೂರು ಬಾಹುಗಳ **ಉದ್ದವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.**



ΔBDC ಯಲ್ಲಿ,
$BC^2 = BD^2 + DC^2$ [$\therefore$ ಪೈಥಾಗೊರಸ್ ಪ್ರಮೇಯ]
$\Rightarrow (2x+1)^2 = (2x-1)^2 + x^2$
$\Rightarrow 4x^2 + 4x + 1 = 4x^2 - 4x + 1 + x^2$
$\Rightarrow 4x = -4x + x^2$
$\Rightarrow 4x + 4x = x^2$
$\Rightarrow x^2 = 8x \quad \Rightarrow x^2 - 8x = 0$
$\Rightarrow x(x-8) = 0$
$\Rightarrow x = 0 \; or \; (x-8) = 0$
$\Rightarrow x = 0 \; or \; x = 8$
$\therefore DC = 8\; cm \Rightarrow AC = AD + DC = 8 + 8 = 16\; cm$
$\therefore AB = BC = 2x + 1 = 2(8) + 1 = 17\; cm$
$\therefore$ **ತ್ರಿಭುಜದ ಬಾಹುಗಳು : 17 cm , 17 cm , 16 cm**

12. **ಒಂದು ಮೋಟಾರು ದೋಣಿಯ ವೇಗ ನಿಶ್ಚಲ ನೀರಿನಲ್ಲಿ 15ಕಿ.ಮೀ./ಗಂಟೆಗಳಾಗಿವೆ. ಆ ದೋಣಿಯು 4 ಗಂಟೆ 30 ನಿಮಿಷಗಳಲ್ಲಿ 30 ಕಿ.ಮೀ.ದೂರ ಚಲಿಸಿ ಮತ್ತೆ ಮೊದಲಿನ ಸ್ಥಾನಕ್ಕೆ ಹಿಂದಿರುಗಿದರೆ ನದಿಯ ವೇಗ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.**

ನದಿಯ ವೇಗ : x ಕಿ. ಮೀ/ಗಂಟೆ

ನಿಶ್ಚಲ ನೀರಿನಲ್ಲಿ ದೋಣಿಯ ವೇಗ : 15 ಕಿ. ಮೀ/ಗಂಟೆ

ನದಿಯು ಚಲಿಸುವ ದಿಕ್ಕಿನಲ್ಲಿ ದೋಣಿಯ ವೇಗ: 15+x ಕಿ. ಮೀ/ಗಂಟೆ

$\therefore$ 30 ಕಿ.ಮೀ.ಚಲಿಸಲು ತೆಗೆದು ಕೊಳ್ಳುವ ಕಾಲ: $\frac{30}{15+x}$

$\therefore$ನದಿಯು ಚಲಿಸುವ ವಿರುದ್ಧ ದಿಕ್ಕಿನಲ್ಲಿ ದೋಣಿಯ ವೇಗ: 15- x ಕಿ. ಮೀ/ಗಂಟೆ

$\therefore$ 30 ಕಿ.ಮೀ.ಚಲಿಸಲು ತೆಗೆದು ಕೊಳ್ಳುವ ಕಾಲ: $\frac{30}{15-x}$

$\frac{30}{15+x} + \frac{30}{15-x} =$ 4 ಗಂಟೆ 30 ನಿಮಿಷಗಳು
$\Rightarrow \frac{30(15+x)+30(15-x)}{(15+x)(15-x)} = 4\,\frac{30}{60}$
$\Rightarrow \frac{450+30x+450-30x}{15^2-x^2} = 4\,\frac{1}{2}$

$\Longrightarrow \frac{900}{225-x^2} = \frac{9}{2}$
$\Longrightarrow 9(225 - x^2) = 2 \times 900$
$\Longrightarrow 225 - x^2 = \frac{2\times900}{9}$
$\Longrightarrow 225 - x^2 = 200$
$\Longrightarrow x^2 = 225 - 200$
$\Longrightarrow x^2 = 25$
$\Longrightarrow x = \sqrt{25} = 5$
∴ ನದಿಯ ವೇಗ : **5 ಕಿ. ಮೀ/ಗಂಟೆ**

13. ಒಂದು ವಸ್ತುವನ್ನು ರೂ 24ಕ್ಕೆ ಮಾರಿ ಒಬ್ಬ ವರ್ತಕನು ಅದರ ಕೊಂಡ ಬೆಲೆಯಷ್ಟೇ ಶೇಕಡಾ ಲಾಭವನ್ನು ಪಡೆದರೆ ವಸ್ತುವಿನ ಕೊಂಡ ಬೆಲೆ ಎಷ್ಟು?

ವಸ್ತುವಿನ ಕೊಂಡ ಬೆಲೆ = ₹ x

ಮಾರಿದ ಬೆಲೆ = ₹24

ಲಾಭ = $24 - x$

% ಲಾಭ = $\frac{24-x}{x} \times 100$

$x = \frac{24-x}{x} \times 100$
$x^2 = 2400 - 100x$
$x^2 + 100x - 2400 = 0$
$x^2 + 120x - 20x - 2400 = 0$
$x(x + 120) - 20(x + 120) = 0$
$(x + 120)\ (x - 20) = 0$
$(x + 120) = 0\ or\ (x - 20) = 0$
$x = -120\ or\ x = 20$
∴ ವಸ್ತುವಿನ ಕೊಂಡ ಬೆಲೆ= **₹20**

14. ಒಂದು ಕೆಲಸವನ್ನು ಪೂರ್ತಿ ಮಾಡಲು ಶ್ವೇತಳು, ಅಂಕಿತಳಿಗಿಂತ 6 ದಿನಗಳನ್ನು ಕಡಿಮೆ ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುತ್ತಾಳೆ.ಅದೇ ಕೆಲಸವನ್ನು ಶ್ವೇತಳು ಮತ್ತು ಅಂಕಿತ ಒಟ್ಟಿಗೆ ಸೇರಿ 4 ದಿವಸಗಳಲ್ಲಿ ಮುಗಿಸುವರು. ಹಾಗಿದ್ದರೆ ಅಂಕಿತ ಒಬ್ಬಳೇ ಆ ಕೆಲಸವನ್ನು ಮುಗಿಸಲು ತೆಗೆದುಕೊಂಡ ದಿನಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಎಷ್ಟು?

ಶ್ವೇತ ಕೆಲಸ ಮುಗಿಸಲು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುವ ಸಮಯ = x ದಿನಗಳು

∴ ಶ್ವೇತ ಒಂದು ದಿನದಲ್ಲಿ ಮಾಡುವ ಕೆಲಸ = $\frac{1}{x}$

ಅಂಕಿತ ಕೆಲಸ ಮುಗಿಸಲು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುವ ಸಮಯ = $(x + 6)$ ದಿನಗಳು

∴ ಅಂಕಿತ ಒಂದು ದಿನದಲ್ಲಿ ಮಾಡುವ ಕೆಲಸ = $\frac{1}{x+6}$

ಶ್ವೇತ ಮತ್ತು ಅಂಕಿತ ಒಟ್ಟಿಗೆ ತೆಗೆದು ಕೊಳ್ಳುವ ಸಮಯ = 4ದಿನಗಳು

∴ ಇಬ್ಬರು ಒಟ್ಟಿಗೆ ಒಂದು ದಿನದಲ್ಲಿ ಮಾಡುವ ಕೆಲ = $\frac{1}{4}$

$\frac{1}{x} + \frac{1}{x+6} = \frac{1}{4}$
$\frac{(x+6)+x}{x(x+6)} = \frac{1}{4}$
$\frac{2x+6}{x^2+6x} = \frac{1}{4}$

$x^2 + 6x = 4(2x + 6)$
$x^2 + 6x = 8x + 24$
$x^2 + 6x - 8x - 24 = 0$
$x^2 - 2x - 24 = 0$
$x^2 - 6x + 4x - 24 = 0$
$x(x - 6) + 4(x - 6) = 0$
$(x - 6)(x + 4) = 0$
$(x - 6) = 0 \; or \; (x + 4) = 0$
$x = 6 \; or \; x = -4$
∴ ಅಂಕಿತ ಒಬ್ಬಳೆ ಕೆಲಸವನ್ನು 6 +6 = 12 ದಿನಗಳಲ್ಲಿ ಪೂರ್ತಿಮಾಡುವಳು